



كلية العلوم  
FACULTY OF SCIENCE

# Leader Scientists

## علمى رياضة



اللهم انفعني بما علمتني، وعلمني ما ينفعني، وزدني علماً، و  
”اللهم اجعل هذا العمل صدقة جارية، واجعل العلم الذي أنشره  
ينتفع به، وارفع به درجاتي“



Lecture : lec1:Algebra

By : A'laa Muhammad

.....Shouman.....

الاستنتاج الرياضي

اثبت صحة العلاقة

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

← عند  $n=1$

$$\text{L.H.S} = 1^2 = 1$$

$$\text{R.H.S} = \frac{1(1+1)(2 \times 1 + 1)}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

$$\therefore \text{L.H.S} = \text{R.H.S} \quad \text{at } n=1$$

∴ العلاقة صحيحة عند  $n=1$

← عند  $n=2$

$$\text{L.H.S} = 1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$$

$$\text{R.H.S} = \frac{2(2+1)(4+1)}{6} = 5$$

∴ العلاقة صحيحة عند  $n=2$

$$\therefore 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

①

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + K^2 = \frac{K(K+1)(2K+1)}{6} \rightarrow \textcircled{1}$$

← اثبات ان  $n = K+1$  الحالة التالية

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (K+1)^2 = \frac{(K+1)(K+2)(2K+3)}{6}$$

$$\text{L.H.S} = 1^2 + 2^2 + \dots + K^2 + (K+1)^2$$

$$= \left[ \frac{K(K+1)(2K+1)}{6} + (K+1)^2 \right] \rightarrow \text{L.H.S}$$

$$\therefore \text{L.H.S} = \frac{(K+1)}{6} \left[ \cancel{K(2K+1)} + 6(K+1) \right]$$

$$= \frac{K+1}{6} \left[ 2K^2 + K + 6K + 6 \right] = \frac{K+1}{6} \left[ 2K^2 + 7K + 6 \right] =$$

$$\frac{(K+1)}{6} \left[ (2K+3)(K+2) \right] = \frac{\overset{n}{(K+1)} \overset{n+1}{(K+2)} \overset{2n+1}{(2K+3)}}{6}$$

∴ الحالة التالية  $n = K+1$

(2)

$$\Rightarrow x^{2n} - y^{2n}$$

نقبل القسمة دائمًا على  $(x+y)$

$$S_n = x^{2n} - y^{2n}$$

عند  $n=1$

$$\therefore S_1 = x^2 - y^2 = (x-y)(x+y) \rightarrow \text{نقبل القسمة على } (x+y)$$

$$\frac{S_1}{x+y} = \frac{(x-y)(x+y)}{(x+y)} = x-y \quad \#$$

$$\Rightarrow S_2 = x^4 - y^4 = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) = (x-y)(x+y)(x^2 + y^2)$$

$$\xrightarrow{\text{نقبل القسمة على } (x+y)} \Rightarrow (x-y)(x^2 + y^2) \quad \#$$

$$\therefore S_k = x^{2k} - y^{2k} = (x+y) \cdot F$$

$$x^{2k} - x^{2k+2} \leftarrow x^{2k+2} - y^{2k+2} = (x+y) \cdot G$$

المطلوب اثبات ان

$$2. H.S = x^2 [(x+y)f + y^{2K}] - y^{2K+2} =$$

$$x^2(x+y) \cdot f + x^2 y^{2K} - x^2 y^{2K+2} =$$

$$x^2(x+y) \cdot f + y^{2K} (x^2 - y^2) =$$

$$(x-y)(x+y)$$

عالم مشترك

$$\therefore L.H.S = (x+y) [x^2 f + y^{2K} (x-y)]$$

الدالة في

يقبل القيمة  
عند  $(x+y)$

الخلاصة فيكون  $n = k+1$

(4)

$$\cos \theta + \cos 3\theta + \dots + \cos(2n-1)\theta =$$

$$\frac{\sin 2n\theta}{2 \sin \theta}$$

$n=1$  مع

$$L.H.S = \cos \theta$$

$$+ x \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$R.H.S = \frac{\sin 2\theta}{2 \sin \theta} = \cos \theta$$

$$\sin \theta \cdot \cos \theta = \frac{1}{2} \sin(\theta + \theta) \cdot \cos(\theta - \theta)$$

$$\ast \cos x + \cos y = 2 \cos\left(\frac{x+y}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$\text{L.H.S} = \cos \theta + \cos 3\theta = 2 \cos 2\theta \cdot \cos \theta \quad n=2 \text{ is}$$

$$\text{R.H.S} = \frac{\sin 2\theta}{2 \sin \theta} = \frac{\sin 2\theta \cdot \cos 2\theta}{\sin \theta} =$$

$$\frac{2 \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \cos 2\theta}{\sin \theta} = 2 \cos 2\theta \cdot \cos \theta \quad \ast \text{ (अब सॉल्व)}$$

$$\Rightarrow \cos \theta + \cos 3\theta + \dots + \cos 2(n-1)\theta = \dots$$

$(n=k)$

$$\frac{\sin(2n\theta)}{2\sin\theta}$$

$$\therefore \cos \theta + \cos 3\theta + \dots + \cos 2(k-1)\theta =$$

$$\frac{\sin(2k\theta)}{2\sin\theta}$$

$$\cos(2k+1)\theta$$

الحد التالي

$$\cos \theta + \cos 3\theta + \dots + \cos(2k+1)\theta =$$

$$\frac{\sin(2(k+1)\theta)}{2\sin\theta}$$

$$\therefore \text{L.H.S.} = \frac{\sin(2k\theta)}{2\sin\theta} + \cos(2k+1)\theta =$$

$$\frac{1}{2\sin\theta} [\sin(2k\theta) + 2\sin\theta \cdot \cos(2k+1)\theta]$$

$$2k\theta + \theta$$

$$2(k+1)\theta$$

$$\cancel{2\sin\theta} \cdot \cos(2k+1)\theta = \sin(2k\theta + 2\theta) + \sin(-2k\theta) =$$

$$= \sin 2(k+1)\theta - \sin 2k\theta$$

$$\therefore \text{L.H.S.} = \frac{1}{2\sin\theta} [\sin(2k+1)\theta]$$

(6)

$$\therefore \text{L.H.S} = \frac{\sin(2K+1)\theta}{2\sin\theta}$$

$$\therefore \text{R.H.S} = \frac{\sin(2K+1)\theta}{2\sin\theta}$$

$$n = K+1 \quad \text{is an integer} \quad \therefore$$

$$\Rightarrow \sin \alpha \cdot \cos \gamma = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \gamma) + \sin(\alpha - \gamma)]$$

$\left[ \begin{array}{l} \text{مجموع الزاويتين} \\ \text{مختلفا الزاويتين} \end{array} \right] \cdot \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \cos \alpha + \cos \gamma = 2 \cdot \cos \left( \frac{\alpha + \gamma}{2} \right) \cdot \cos \left( \frac{\alpha - \gamma}{2} \right)$$

هرمونات  
السكر

(n)

$$\sum_{r=1}^n (2r-1)^2 = \frac{1}{3} n (4n^2-1)$$

n=1 base

L.H.S =  $(2-1)^2 = 1$

R.H.S =  $\frac{1}{3} (4-1) = 1$

L.H.S =  $\sum_{r=1}^2 (2r-1)^2 = 1 + 9 = 10$

n=2 base

R.H.S =  $\frac{1}{3} \times 2 (4 \times 4 - 1) = 10$

$$\sum_{r=1}^k (2r-1)^2 = \frac{1}{3} k (4k^2-1) \Rightarrow (1)$$

$$\sum_{r=1}^{k+1} (2r-1)^2 = \frac{1}{3} (k+1) (4(k+1)^2-1)$$

$$\text{L.H.S} = \sum_{r=1}^{k+1} (2r-1)^2 = \sum_{r=1}^k (2r-1)^2 + (2(k+1)-1)^2$$

$$\underline{\text{L.H.S}} = \sum_{r=1}^{K+1} (2r-1)^2 = \sum_{r=1}^K (2r-1)^2 + (2(K+1)-1)^2 =$$

$$\frac{1}{3} K (4K^2 - 1) + (2K+1)^2$$

$$\underline{\text{L.H.S}} = \sum_{r=1}^{K+1} (2r-1)^2 = \sum_{r=1}^K (2r-1)^2 + (2(K+1)-1)^2$$

$$= \frac{1}{3} K \cdot (4K^2 - 1) + (2K+1)^2 = \frac{1}{3} K (2K-1) \cdot (2K+1) + (2K+1)^2$$

$$\frac{(2K+1)}{3} \cdot [K \cdot (2K+1) + (2K+1)] =$$

$$\frac{2K+1}{3} \cdot [2K^2 + 5K + 3] = \frac{(2K+1)(K+1)(2K+3)}{3}$$

$$\underline{\text{R.H.S}} = \frac{1}{3} (K+1) \cdot (4(K+1)^2 - 1) =$$

$$\frac{1}{3} (K+1) \cdot (4K^2 + 8K + 3) = \frac{(K+1)(2K+1)(2K+3)}{3}$$

$$\therefore \text{R.H.S} = \text{L.H.S}$$

$n = K+1$  is also true  $\therefore$

(9)



كلية العلوم  
FACULTY OF SCIENCE

# Leader Scientists

## علمى رياضة



اللهم انفعني بما علمتني، وعلمني ما ينفعني، وزدني علماً، و  
”اللهم اجعل هذا العمل صدقة جارية، واجعل العلم الذي أنشره  
ينتفع به، وارفع به درجاتي“



Lecture : lec2:Algebra

By : A'laa Muhammad

.....Shouman.....

22-2-2026

## Complex numbers

الأعداد المركبة

مركبة مختلطة

$$Z = x + yi$$

مركبة خيالية

أشكال الأعداد المركبة

$$Z = x + yi$$

$$Z = r[\cos \theta + i \sin \theta]$$

الزاوية = القطب = القطب =  $(r, \theta)$ 

$$Z = re^{i\theta}$$

$$r = \sqrt{y^2 + x^2}$$

الزاوية =  $\theta$ 

$$\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

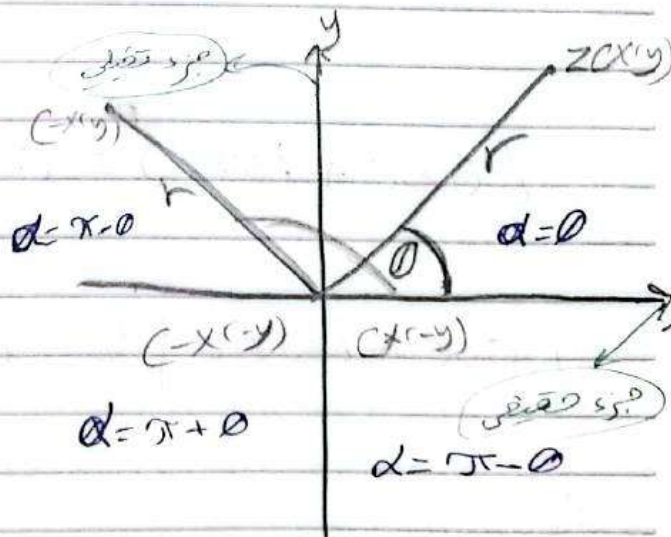
$$Z = 1 + i$$

$$x=1, y=1$$

$$\therefore r = \sqrt{2} \quad \therefore \theta = \tan^{-1} 1 = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore Z = \sqrt{2} \left[ \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right]$$

$$\therefore Z = \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$$

الزاوية =  $\theta$ 

$$Z = 1 - i$$

$$x=1, y=-1$$

ربع رابع

$$r = \sqrt{2}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1} = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \alpha = \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$Z = 2$$

عدد مركب  
جزءه الحقيقي فقط

$$Z = -2$$

$$x=2, y=0, r=2, \theta=0$$

$$x=-2, y=0, r=2, \theta=180^\circ, \pi$$

$$Z = 5i$$

عدد مركب  
الجزء التخيلي فقط

$$Z = -5i$$

$$x=0, y=5, r=5, \theta=\frac{\pi}{2}$$

$$x=0, y=-5, r=5, \theta=\frac{3\pi}{2}$$

صور العدد المركب :

$$\left[ \cos \theta + i \sin \theta \right]^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$$

$$\left[ \cos \theta + i \sin \theta \right]^{\frac{1}{3}} = \cos \frac{\theta}{3} + i \sin \frac{\theta}{3}$$

١- نقول العدد المركب المعطى القطبية

عدد الجذور

$$K = 0, 1, \dots, (n-1) \leftarrow 2K\pi$$

٢- نصف الزاوية

٣- نكتب ديموافر  
٤- نوجد الجذور  $\leftarrow$  عدد ها اقل من الزاوية  
بمقدار  $2\pi$

٥- نكتب ديموافر

مرافق العدد المركب =

$$Z = x + yi \Rightarrow \bar{Z} = x - yi$$

$$* Z \cdot \bar{Z} = x^2 + y^2 = |r|^2$$

(نقطة)

$$* \theta = \arg Z \Rightarrow \text{سعة العدد المركب}$$

$$* r = \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow \text{مقياس العدد المركب}$$

← أوجد العزور التكميلية للواحد الصحيح =

$$Z^3 = 1 \quad \therefore Z = 1^{\frac{1}{3}} \quad \Rightarrow \theta = \tan^{-1} 0 = 0$$
$$\Rightarrow r = 1$$

$$Z = [\cos 0 + i \sin 0]^{\frac{1}{3}} \rightarrow \text{المورد المطية}$$

$$\therefore Z = [\cos 2\pi K + i \sin 2\pi K]^{\frac{1}{3}} \rightarrow \text{تصنيف الزاوية } 2\pi K$$

$$\therefore Z = \left[ \cos \frac{2\pi K}{3} + i \sin \frac{2\pi K}{3} \right] \rightarrow \text{التعريف (اليعاقر)}$$

$$\Rightarrow K=0 \quad \therefore Z = \cos 0 + i \sin 0 = 1$$

$$\Rightarrow K=1 \quad \therefore Z = \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow K=2 \quad \therefore Z = \cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3}$$

$$Z^2 = -1 + i$$

$$\theta = 135 = \frac{3\pi}{4} \quad , \quad r = \sqrt{2}$$

$$\therefore Z^2 = \sqrt{2} \left[ \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right]$$

انظر الرابع

$$\therefore Z = \sqrt[4]{2} \left[ \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore Z = \sqrt[4]{2} \left[ \cos \left[ \frac{3\pi}{4} + 2\pi K \right] + i \sin \left[ \frac{3\pi}{4} + 2\pi K \right] \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore Z = \sqrt[4]{2} \left[ \cos \left[ \frac{\pi(3+8K)}{4} \right] + i \sin \left[ \frac{\pi(3+8K)}{4} \right] \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore Z = \sqrt[4]{2} \left[ \cos \left[ \frac{\pi(3+8K)}{8} \right] + i \sin \left[ \frac{\pi(3+8K)}{8} \right] \right]$$

$$K=0 \quad \therefore Z = \sqrt[4]{2} \left[ \cos \frac{3\pi}{8} + i \sin \frac{3\pi}{8} \right]$$

$$K=1 \quad \therefore Z = \sqrt[4]{2} \left[ \cos \frac{11\pi}{8} + i \sin \frac{11\pi}{8} \right]$$

الاهيات على الكعداد المركبة =

ضرب

$$\Rightarrow Z_1 \cdot Z_2 = r_1 \cdot r_2 \left[ \cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2) \right]$$

ضرب هياست جج هياست

$$\Rightarrow \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)]$$

← صيغة قياسية طرح مستقيم

$$\Rightarrow \arg(Z_1 \cdot Z_2) = \theta_1 + \theta_2$$

$$\Rightarrow \arg\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right) = \theta_1 - \theta_2$$

→

سواء

$$\Rightarrow |Z_1 \cdot Z_2| = r_1 r_2$$

$$\Rightarrow \left| \frac{Z_1}{Z_2} \right| = \frac{r_1}{r_2}$$

→

مقادير

$$\Rightarrow Z^n = r^n [\cos n\theta + i \sin n\theta]$$

$$[x+y]^3$$

← نظرية ذات الحدين

$$= C_0^3 x^3 y^0 + C_1^3 x^2 y + C_2^3 x y^2 + C_3^3 x^0 y^3$$

$$\begin{aligned} {}^3C_0 &= 1 \\ {}^3C_1 &= 3 \\ {}^3C_2 &= 3 \\ {}^3C_3 &= 1 \end{aligned}$$

6700  
aboumou

## تطبيقات نظرية رينواقر:

$$\sin^n \theta, \cos^n \theta, \tan^n \theta$$

$(n \leq 5)$

$$\sin^n \theta, \cos^n \theta, \tan^n \theta$$

مضاعفات  
الزاوية

← مضاعفات الزاوية = اثبات بنظرية ذات الصلة

Ex  $\Rightarrow$  find  $\sin 3\theta$  &  $\cos 3\theta$  &  $\tan 3\theta$

$$\begin{aligned} [\cos \theta + i \sin \theta]^3 &= \cos^3 \theta + 3 \cos^2 \theta \cdot i \sin \theta + \\ &\quad 3 \cos \theta \cdot i^2 \sin^2 \theta + i^3 \sin^3 \theta = \end{aligned}$$

$$\cos^3 \theta + 3i \cos^2 \theta \sin \theta - 3 \cos \theta \sin^2 \theta - i \sin^3 \theta =$$

$$(\cos^3 \theta - 3 \cos \theta \sin^2 \theta) + (3 \cos^2 \theta \sin \theta - \sin^3 \theta) i$$

$$\cos 3\theta$$

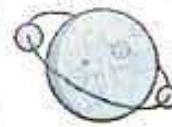
$$\sin 3\theta$$



كلية العلوم  
FACULTY OF SCIENCE

# Leader Scientists

## علمى رياضة



اللهم انفعني بما علمتني، وعلمني ما ينفعني، وزدني علماً، و  
"اللهم اجعل هذا العمل صدقة جارية، واجعل العلم الذي أنشره  
ينتفع به، وارفع به درجاتي



Lecture : lec 3 : Algebra

By :

A'laa Muhammad

.....Shouman.....



lec 3

صبر

دكتور عبد الله

8-3-2026

## Complex Numbers

تأجل، تطبيقات ديوافر

$$f(\theta) = \sin^3 \theta + \cos^3 \theta$$

من ديوافر الـ Real

$$Z = \cos \theta + i \sin \theta \Rightarrow \frac{1}{Z} = Z^{-1} (\cos \theta + i \sin \theta)^{-1}$$

$$\therefore \frac{1}{Z} = \cos \theta - i \sin \theta$$

$$\therefore Z + \frac{1}{Z} = 2 \cos \theta \quad \#$$

$$\therefore Z - \frac{1}{Z} = 2i \sin \theta \quad \#$$

$$\Rightarrow f(\theta) = \sin^3 \theta + \cos^3 \theta$$

$$\therefore 2 \cos \theta = Z + \frac{1}{Z}$$

$$(2 \cos \theta)^3 = \left(Z + \frac{1}{Z}\right)^3 \Rightarrow \text{نظرية ذات الصلة}$$

$$\therefore 8 \cos^3 \theta = C_0 Z^3 + C_1 Z^2 \cdot \frac{1}{Z} +$$

$$C_2 Z \cdot \frac{1}{Z^2} + C_3 \frac{1}{Z^3}$$

$$\therefore 8 \cos^3 \theta = \left( 2^3 + \frac{1}{2^3} \right) + 3 \left( 2 + \frac{1}{2} \right)$$

$$\therefore 8 \cos^3 \theta = 2 \cos 3\theta + 6 \cos \theta$$

$$\boxed{\cos^3 \theta = \frac{1}{4} \cos 3\theta + \frac{3}{4} \cos \theta} \quad \times$$

$$\therefore 2i \sin \theta = 2 - \frac{1}{2}$$

$$\therefore (2i \sin \theta)^3 = \left( 2 - \frac{1}{2} \right)^3$$

نظرية ذات الصلة

$$\therefore -8i \sin^3 \theta = \left( 2^3 - \frac{1}{2^3} \right) + 3 \left( 2 - \frac{1}{2} \right)$$

$$\therefore -8i \sin^3 \theta = 2i \sin 3\theta - 6i \sin \theta$$

$$\therefore \boxed{\sin^3 \theta = \frac{1}{4} \sin 3\theta + \frac{3}{4} \sin \theta} \quad \times$$

رتبة القوة  $X \otimes b$  رتبة الف

showing

## Determinants

الحدارات

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = (ad) - (bc)$$

محدد مراقب

$$\begin{vmatrix} \oplus & \ominus & \oplus \\ x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} = \oplus x_{11} \begin{vmatrix} x_{22} & x_{23} \\ x_{32} & x_{33} \end{vmatrix} \ominus x_{12} \begin{vmatrix} x_{21} & x_{23} \\ x_{31} & x_{33} \end{vmatrix} \oplus x_{13} \begin{vmatrix} x_{21} & x_{22} \\ x_{31} & x_{32} \end{vmatrix}$$

II Solution system of Equations =

معكاف

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 2 \\ 2x + 4y + 2z = 4 \\ x + 3y = 5 \end{cases} \Rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\Delta x = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 4 & 4 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{vmatrix} \quad \Delta y = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 5 & 0 \end{vmatrix}$$

محدد  $\Delta x$  معكاف  
ووضع مكانه  
الحدارات

$$\Delta z = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta}$$

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta} \quad z = \frac{\Delta z}{\Delta}$$

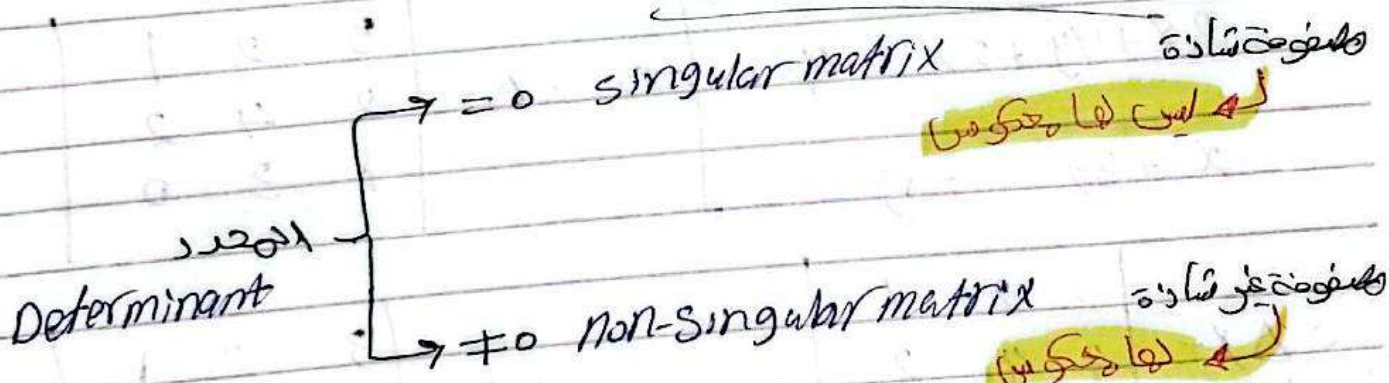
$$\Rightarrow 2 \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 8 & 7 \end{vmatrix} \Rightarrow$$

← الفرق بين المحدر والمصفوفة =

$$K \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Ka & c \\ Kb & d \end{vmatrix} \Rightarrow$$

$$K \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} Ka & Kc \\ Kb & Kd \end{vmatrix} \Rightarrow$$

← لكل مصفوفة محدور مناظر =



# Matrix

## المصفوفات

1] Singular matrix

مصفوفة شاذة  
محددها المناظر = 0

2] Non-Singular matrix

مصفوفة غير شاذة  
محددها المناظر  $\neq 0$

3] Symmetric matrix

مصفوفة متماثلة  
 $A = A^T$

4] Unsymmetric matrix

مصفوفة غير متماثلة  
 $A \neq A^T$

$A$  ← المصفوفة  
 $A^T$  ← المصفوفة

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 7 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

→ المذور نعين الصفوف أعمدة  
والأعمدة صفوف

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 7 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

→ الصف الأول يصبح المذور الأول  
والصف الثاني يصبح المذور الثاني

5] Element matrix  $[a]$

مصفوفة العنصر  
عنصري

6] Row matrix  $[a \ b \ c]$

مصفوفة الصف  
صف واحد

7] Column matrix  $\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$

مصفوفة العمود  
عمود واحد

8] Diagonal matrix  $\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$

المصفوفة القطرية  
المصفوفة القطرية وبها المصفوفة  
المعكوسة

القطر الرئيسي

9] Identity matrix  $= I$

مصفوفة الوحدة  
مصفوفة قطرية عناصر قطرها الرئيسي = 1

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

10] Standard matrix  $\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$

المصفوفة القياسية  
مصفوفة قطرية

عناصر قطرها الرئيسي نفس العنصر (a) (a) (a)

11] Zero matrix  $[0]$

المصفوفة الصفرية  
عناصرها كلها صفر

12) Square matrix

المصفوفة المربعة  
عدد الصفوف = عدد الأعمدة

$A_{3 \times 3}$

$$\Rightarrow \text{Trace } A = \text{Tr}(A)$$

أو المصفوفة

مجموع عناصر القطر الرئيسي

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ b & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

$$\therefore \text{Tr}(A) = a + e + i$$

مربع square matrix

غير متساوية non-singular matrix

المصفوفة لها محسوس عندما تكون

$$\Rightarrow \text{Inverse} = A^{-1}$$

$$\text{ed} = 1, 2, 3$$

$$A = [a_{ij}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

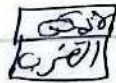
⇒ multi ply matrix =

جزء الصفات

عدد الأعمدة في (الأول) = عدد الصفات في (الثاني)

$$A_{n \times m} \cdot B_{m \times k} = C_{n \times k} \quad \checkmark$$

$$A_{n \times m} \cdot B_{m \times k} =$$



$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

$$\cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \times 1 + 2 \times 3 & 1 \times 2 + 2 \times 4 & 1 \times 3 + 2 \times 2 \\ 3 \times 1 + 1 \times 3 & 3 \times 2 + 1 \times 4 & 3 \times 3 + 1 \times 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 7 & 10 & 7 \\ 6 & 10 & 11 \end{bmatrix}$$



كلية العلوم  
FACULTY OF SCIENCE

# Leader Scientists

## علمى رياضة



اللهم انفعني بما علمتني، وعلمني ما ينفعني، وزدني علماً، و  
”اللهم اجعل هذا العمل صدقة جارية، واجعل العلم الذي أنشره  
ينتفع به، وارفع به درجاتي“



Lecture : lec 4 : Algebra

By : A'laa Muhammad

Shouman



lec 4  
29-3-2026

صير  
درجته المربعة

$A^{-1}$  المقلوب

Non-Singular square matrix

[1]  $|A| \neq 0$  محدد المصفوفة لا يساوي صفر

[2]  $F$  مصفوفة المرافقات مرافقة كلا على [3]  $F^T$  المقلوب

$$[4] A^{-1} = \frac{1}{|A|} F^T$$

[EX]  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$   $A^{-1} = ?$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 1(-6) - 2(3-2) + 0 = -7 \neq 0$$

$A$  لها مقلوب

$$F = \begin{bmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

$$\therefore F = \begin{bmatrix} -5 & -1 & 8 \\ -2 & 1 & -1 \\ 4 & -2 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\therefore F^T = \begin{bmatrix} -5 & -2 & 4 \\ -1 & 1 & -2 \\ 8 & -1 & -5 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} F^T = \frac{-1}{7} \begin{bmatrix} -5 & -2 & 4 \\ -1 & 1 & -2 \\ 8 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

تفرد في  
كل العناصر

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{5}{7} & \frac{2}{7} & \frac{4}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{-1}{7} & \frac{2}{7} \\ \frac{-8}{7} & \frac{1}{7} & \frac{-5}{7} \end{bmatrix}$$

كل المعادلات بالصفوف =

$$a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1$$

$$a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = b_2$$

$$a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = b_3$$

نواب  $A \cdot X = B$    
 محاسب

$$\therefore X = A^{-1} \cdot B$$

معادلات  $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$

معادلات  $B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$

نواب  $A^{-1}$  من جهة  
الميت  
القرب غير ابدائي

معادلات  $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

Ex

$$2x + y - z = 2$$

$$3x + 2y + z = 3$$

$$x + y = 5$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$x = A^{-1} \cdot B$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$2 \overset{+}{(0-1)} - 1 \overset{+}{(0-1)} + 1 \overset{+}{(3-2)} =$$

$$= -2 + 1 - 1 = -2$$

مصفوفة A

$$F = \left[ \begin{array}{c|c|c} \left| \begin{smallmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix} \right| & - \left| \begin{smallmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix} \right| & \left| \begin{smallmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{smallmatrix} \right| \\ \hline - \left| \begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix} \right| & \left| \begin{smallmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix} \right| & - \left| \begin{smallmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{smallmatrix} \right| \\ \hline \left| \begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{smallmatrix} \right| & - \left| \begin{smallmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{smallmatrix} \right| & \left| \begin{smallmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{smallmatrix} \right| \end{array} \right] =$$

$$F = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 3 & -5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$F^T = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -5 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -5 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x = -A^{-1} \cdot B$$

$$\Rightarrow A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I \quad \text{الهوية العكسية}$$

$$\Rightarrow A \cdot B \neq B \cdot A$$

$$\Rightarrow A^2 = A \cdot A \cdot A$$

$$\Rightarrow A^3 = A \cdot A \cdot A$$

ضرب المصفوفات = ضرب متباين

$$\begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \\ k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \times \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{bmatrix}_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} \dots & \dots \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

الصف الأول = العنصر الأول الصف الأول عودا أول

الصف الأول = العنصر الثاني الصف الأول عودا ثاني

$$= \begin{bmatrix} h_1 \cdot a_1 + h_2 \cdot b_1 + h_3 \cdot c_1 & h_1 \cdot a_2 + h_2 \cdot b_2 + h_3 \cdot c_2 \\ k_1 \cdot a_1 + k_2 \cdot b_1 + k_3 \cdot c_1 & k_1 \cdot a_2 + k_2 \cdot b_2 + k_3 \cdot c_2 \end{bmatrix}$$

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

نظرية ذات الحدود

$$\Rightarrow (x+y)^n = C_0^n x^n y^0 + C_1^n x^{n-1} y^1 + C_2^n x^{n-2} y^2 + \dots + C_n^n x^0 y^n$$

$n+1$  ← عدد الحدود

← مجموع السس المتغيرات = أحدا القوسا

$$n = n+0$$

$$n = (n-1) + 1$$

$$y^n = T_{n+1}$$

← رتبة الحد

$$C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

متوافق

متكافئ

متكافئ

$$\Rightarrow n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1$$

$$T_r = C_{r-1}^n \cdot x^{n-(r-1)} \cdot y^{(r-1)}$$

الحد الرابع

الحد

الحد

$$\frac{T_{r+1}}{T_r} = \frac{n-r+1}{r} \cdot \left(\frac{y}{x}\right)$$

الحد الأوسط

$n$  زوجي =  $n$  فردي

$$\frac{n}{2} + 1 = \text{الرتبة} \quad \frac{n+1}{2} \leq \frac{n+3}{2} = \text{الرتبة}$$

## \* أنظمة الدكورة

1]  $(x+y)^5 =$

2]  $(x-2y)^6 =$

\* أوحد الحد الرابع =

3]  $(x^2-2x)^9 =$

\* أوحد الحد السابع =

4]  $(3x-\frac{1}{x})^9$

\* أوحد محل الحد السابع =  
\* بكونه صايف

5]  $(3x-2y)^9$

\* أوحد الحد الذي يحتوي على  $x^4$   
\*  $n - (r-1) = 4$

مراقبة  
مدايعام

6]  $(x+2y^2)^5$

\* أوحد الحد الذي يحتوي على  $y^4$   
\*  $r-1 = 4$

7]  $(3+2x)^9$

\* أوحد الحد الوسطي

8]  $(8x^2+\frac{1}{x})^9$

\* إذا كانت الحدود الأوسطان متساويتان  
أوحد  $x$

9]  $(2x-\frac{3}{x})^{11}$

\*  $\frac{T_3}{T_2} = ?$

10]  $(x+\frac{2}{x^2})^{14}$

\* أوحد الحد الذي يحتوي على  $x^8$



كلية العلوم  
FACULTY OF SCIENCE

# Leader Scientists

## علمى رياضة



اللهم انفعني بما علمتني، وعلمني ما ينفعني، وزدني علماً، و  
"اللهم اجعل هذا العمل صدقة جارية، واجعل العلم الذي أنشره  
ينتفع به، وارفع به درجاتي



Lecture : lec 5 : Algebra

By : A'laa Muhammad

Shouman



1005 =  
19-4-2026

Alkhar  
shahman

ميرج تبادل و توافق  
د. عبد الله

$$n! = n(n-1)(n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1 \quad * 0! = 1$$

$$\Rightarrow n! = n(n-1)! = n(n-1)(n-2)!$$

تبادل

عدد الترتيبات التي يمكن تكوينها من مجموعة عدد  $n$  مأخوذة منها في كل مرة

$$\Rightarrow l_r^n = n(n-1)(n-2) \times \dots \times (n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\Rightarrow l_n^n = n! \quad * l_0^n = 1 \quad * l_1^n = n$$

م يلزم الترتيب

عدد الكلمات التي يمكن تكوينها من الحروف التالية بحيث أن الكلمة بها 4 حروف

$$a, b, c, d \Rightarrow n=4$$

$$r=4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow l_r^n = l_4^4 = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

في عدد الأعداد التي يمكن تكوينها من 4 أرقام مختلفة من 1, 2, 3, 4, 5, 6

$$n=6 \quad r=4$$

$$l_4^6 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = 360$$

سط

$$\frac{(n+2)!}{n!} = \frac{(n+2)(n+1)n!}{n!} = (n+2)(n+1)$$

$$n! = 720 \rightarrow (+2) \quad (n=?)$$

$$n! = 1 \times 2 \times 360 \quad (+3)$$

$$= 1 \times 2 \times 3 \times 120 \quad (+4)$$

$$= 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 30 \quad (+5)$$

$$= 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = n! \Rightarrow \therefore n=6$$

$${}^n P_2 = 56 \quad (n=?)$$

$${}^n P_2 = \frac{n!}{(n-2)!} = 56$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = 56 = n^2 - n$$

$$\therefore n^2 - n - 56 = 0 \Rightarrow$$

$$(n+7)(n-8) = 0$$

$$\therefore n = \cancel{8} \text{ or } 8$$

$$\therefore n = 8$$

$${}^n P_r = 1320 \quad (r=?)$$

$$n = 12$$

$$1320 = 12 \times 11 \times 10$$

$$10 = n - r + 1 \Rightarrow 10 = 12 - r + 1$$

$$\therefore r = 3$$

## توافيق

عدد المجموعات التي عدد عناصرها  $r$  التي يمكن تكوينها من المجموعة التي عدد عناصرها  $n$

$$\Rightarrow C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{P_r^n}{r!} \quad \text{بالترتيب}$$

$$\Rightarrow C_r^n = C_{n-r}^n$$

$$\Rightarrow C_r^n = C_h^n \quad \left\{ \begin{array}{l} r=h \\ r=n-h \Rightarrow n=r+h \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{C_r^n}{C_{r-1}^n} = \frac{n-r+1}{r}$$

أ) نكم طريقة يمكن انتخاب لجنة بها 6 أعضاء من بين 20 طالب و 10 طالبات بحيث 5 للجنة بها 4 أولاد و 2 بنات

الأولاد  $n=20$   $r=4$

$$\therefore C_4^{20} = \frac{20!}{4!16!} = 4845$$

$$\Rightarrow C_4^{20} \cdot C_2^{10} =$$

$$4845 \times 45 = \boxed{\phantom{00000}}$$

البنات  $n=10$   $r=2$

$$\therefore C_2^{10} = \frac{10!}{2!8!} = 45$$

2. بكم طريقة يمكن انتخاب لجنتين تتكون كل منهما من 3 أعضاء من بين 12 شخص بحيث لا يدخل شخص في كلتا اللجنتين

اللجنة الأولى  $n=12, k=3$

$$C_3^{12} = \frac{12!}{3!9!} = \boxed{\phantom{00}}$$

اللجنة الثانية

عدد المتبقي من الأولى  $= 12 - 3 = 9$

$$\therefore C_3^9 = \frac{9!}{3!6!} = \boxed{\phantom{00}}$$

$$\Rightarrow C_3^{12} \cdot C_3^9 = \boxed{\phantom{00}}$$

$$\frac{C_7^{30}}{C_6^{30}} = \frac{30-7+1}{7} = \frac{24}{7}$$

Maa  
stumer

Done Algebra