



كلية العلوم
FACULTY OF SCIENCE

Leader Scientists علمى رياضة



اللهم انفعني بما علمتني، وعلمني ما ينفعني، وزدني علماً، و
"اللهم اجعل هذا العمل صدقة جارية، واجعل العلم الذي أنشره
ينتفع به، وارفع به درجاتي



Lecture : **lec1: Analytic
Geometry**

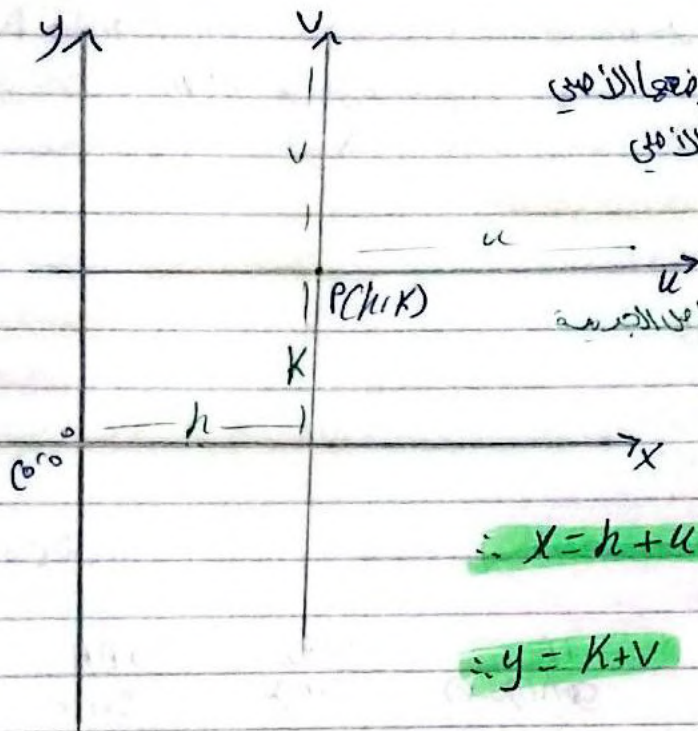
By : **A'laa Muhammad**

.....**Shouman**.....

15-2-2026

نقل المحاور

في نقل محاور الإحداثيات من وضعها الأصلي إلى نقطة جديدة حواريّة للوضع الأصلي.



$P(h, k)$ إحداثي نقطة الأصل الجديدة
محاور الجديدة (u, v)

$$x = h + u$$

$$y = k + v$$

← لتفحص من معادلتين x و y في معادلة من الدرجة الثانية نقوم بنقل المحاور إلى (h, k) ونعوض عن (u, v) بـ $(0, 0)$ من الدرجة الأولى

← إذا تم نقل المحاور إلى نقطة $(1, 2)$ أوجد الإحداثيات الجديدة لـ $(3, 4)$

$$x = u + h$$

$$y = k + v$$

$$u = x - h = 3 - 1 = 2$$

$$v = y - k = 4 - 2 = 2$$

$$\therefore (u, v) = (2, 2)$$

الإحداثيات المحاور الجديدة

~~أزل معادلات~~ أزل معادلات الدرجة الأولى للمعادلة الثانية

$$4x^2 + y^2 - 10x + 6y + 9 = 0$$

$$x = h + u \quad y = k + v$$

نقوم بنقل المعاور (x, y) إلى (h, k)

نعرف من المعادلة ونجرب معادلات (u, v)

$$4(h+u)^2 + (k+v)^2 - 10(h+u) + 6(k+v) + 9 = 0$$

$$4(h^2 + 2uh + u^2) + (k^2 + 2kv + v^2) - 10(h+u) + 6(k+v) + 9 = 0$$

$$4(u^2 + h^2) + 8uh + (k^2 + v^2) + 2kv - 10u + 10h + 6k + 6v + 9 = 0$$

لـ u من الدرجة الأولى $\Rightarrow 8uh - 10u = u(8h - 10)$

لـ v من الدرجة الأولى $\Rightarrow 2kv + 6v = v(2k + 6)$

$$\therefore 2k + 6 = 0$$

$$\therefore 8h - 10 = 0$$

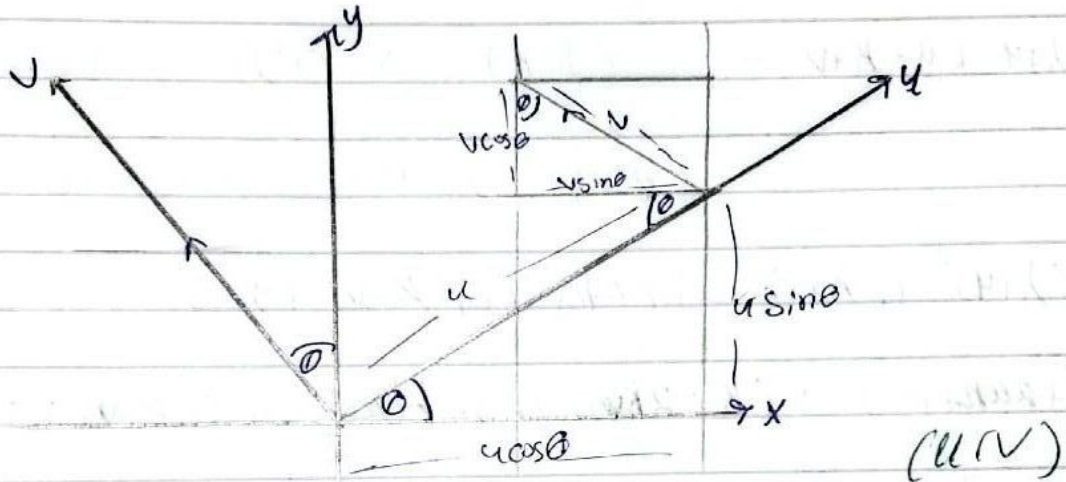
$$\therefore k = \frac{-6}{2} = (-3)$$

$$\therefore h = \frac{10}{8} = \left(\frac{5}{4}\right)$$

معادلات الدرجة الأولى من هذه المعادلة من الدرجة الثانية
تساوي صفر عند $(h, k) = \left(\frac{5}{4}, -3\right)$
عند انتقال المعاور إلى

دورات المحاور

⇨ دورات المحاور بزاوية θ حول نقطة الأصل



إحداثيات المحاور الجديدة بعد الدوران

$$u = x \cos \theta + y \sin \theta \quad \Leftarrow \quad x = u \cos \theta - v \sin \theta$$

$$v = y \cos \theta - x \sin \theta \quad \Leftarrow \quad y = v \cos \theta + u \sin \theta$$

⇨ لتكفي من هاملت xy في معادلة من الدرجة الثانية نقوم
بجذب لدورات المحاور حول نقطة الأصل بزاوية θ معادلات u, v هي:

⇨ إذا دارت المحاور بزاوية $\frac{\pi}{4}$ توجد الإحداثيات الجديدة (1,1)
 $(x, y) = (1, 1) \quad \theta = \frac{\pi}{4}$

$$u = x \cos \theta + y \sin \theta \quad v = y \cos \theta - x \sin \theta$$

$$u = 1 \cdot \cos \frac{\pi}{4} + 1 \cdot \sin \frac{\pi}{4} \quad v = 1 \cos \frac{\pi}{4} - 1 \sin \frac{\pi}{4}$$

$$u = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \quad v = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$u = \frac{2}{\sqrt{2}} \quad (u, v) = \left(\frac{2}{\sqrt{2}}, 0 \right) \quad v = 0$$

cos 2θ = 2s

تخلصنا من معامل xy في المعادلة من الدرجة الثانية

نور ان المعادله بنافسة 0

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2fx + 2gy + c = 0$$

$$\tan 2\theta = \frac{2h}{a-b}$$

ثم انبعت ان

$$x = u \cos \theta - v \sin \theta$$

$$y = u \sin \theta + v \cos \theta$$

$$a(u \cos \theta - v \sin \theta)^2 + 2h(u \cos \theta - v \sin \theta)(u \sin \theta + v \cos \theta) +$$

$$2f(u \cos \theta - v \sin \theta) + 2g(u \sin \theta + v \cos \theta) + c + (u \sin \theta + v \cos \theta)^2 = 0$$

$$\Rightarrow uv - 2a uv \sin \theta \cos \theta + 2h uv \cos^2 \theta -$$

$$2h uv \sin^2 \theta + 2ub \sin \theta \cos \theta = 0$$

$$\therefore uv(-2a \sin \theta \cos \theta + 2h \cos^2 \theta - 2h \sin^2 \theta + 2b \sin \theta \cos \theta) = 0$$

$\leftarrow -a \sin 2\theta$ $\leftarrow 2h \cos 2\theta$ $\leftarrow b \sin 2\theta$

$$-a \sin 2\theta + b \sin 2\theta = 2h \cos 2\theta$$

$$\therefore \tan 2\theta = \frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta} = \frac{2h}{b-a}$$

عند صوت نقل ودوران محلي

$$x = u \cos \theta - v \sin \theta + h$$

$$y = u \sin \theta + v \cos \theta + k$$

① ⇒ دورة الدوران $(x, y) \Rightarrow$ الإحداثيات الفرضية

$(h, k) \Rightarrow$ الإحداثيات نقطة الأصل الجديدة

$(u, v) \Rightarrow$ إحداثيات الدوران الجديدة

تم نقل نقطة الأصل إلى $(1, 2)$ التي دورات الدوران $\frac{\pi}{3}$ أو 60° $\rightarrow$ (h, k)
 أو جداول إحداثيات الجديدة لنقطة $(5, 6)$ $\rightarrow$ (u, v) $\rightarrow$ ②

$$\therefore x = u \cos \theta - v \sin \theta + h \quad \text{و} \quad y = u \sin \theta + v \cos \theta + k$$

$$\therefore x = 5 \times \cos \frac{\pi}{3} - 6 \times \sin \frac{\pi}{3} + 1 \quad \text{و} \quad y = 5 \times \sin \frac{\pi}{3} + 6 \times \cos \frac{\pi}{3} + 2$$

$$\therefore x = 5 \times \frac{1}{2} - 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1$$

$$\therefore y = 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 2$$

سيد
Syouman



كلية العلوم
FACULTY OF SCIENCE

Leader Scientists علمى رياضة



اللهم انفعني بما علمتني، وعلمني ما ينفعني، وزدني علماً، و
"اللهم اجعل هذا العمل صدقة جارية، واجعل العلم الذي أنشره
ينتفع به، وارفع به درجاتي



Lecture : **lec2: Analytic
Geometry**

By :

A'laa Muhammad

Shouman.....



1-3-2026

lec 9

هندسة تحليلية

د. خالد صبر

الخطين المستقيمين المستوى:

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

← الشرط أن خطين مستقيمين عندنا

$$\begin{vmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow abc + 2fgh - h^2c - af^2 - bg^2 = 0$$

← الخطان يمران بنقطة الأصل ← معادلات الدرجة الأولى = هفر، $2f=0$

$$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$$

$$T = \frac{y}{x}, \quad A = b, \quad B = 2h, \quad C = a$$

$$b\left[\frac{y}{x}\right]^2 + 2h\left[\frac{y}{x}\right] + a = 0$$

$$AT^2 + BT + C = 0$$

$$T_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

$$m_1, m_2 = \frac{-2h \pm \sqrt{4h^2 - 4ab}}{2b} = \frac{-h \pm \sqrt{h^2 - ab}}{b}$$

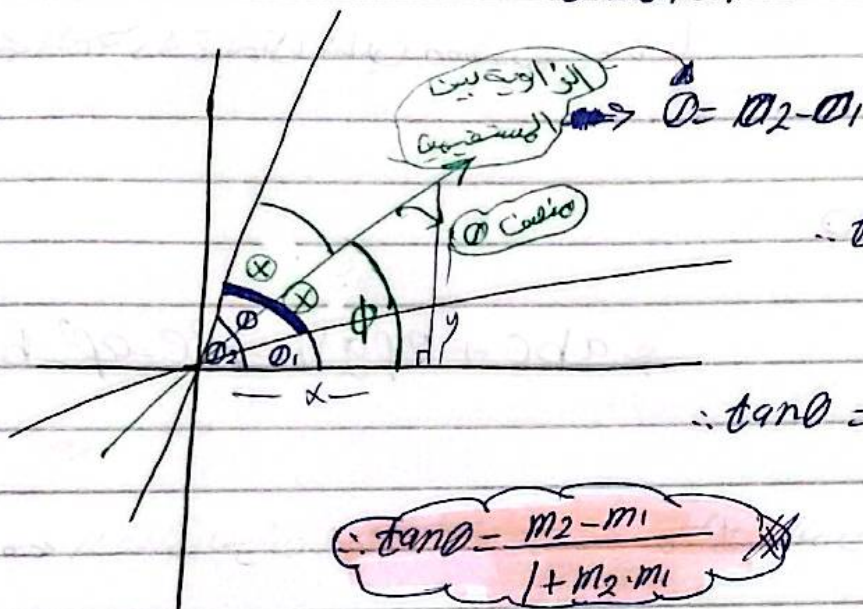
$$\therefore y = m_1 x \quad \& \quad y = m_2 x$$

← الخطان المستقيمان

الزاوية بين المستقيمتين =

$$\therefore \tan \theta = \frac{\pm 2\sqrt{h^2 - ab}}{a+b}$$

$$\tan \theta_1 = m_1 \quad \tan \theta_2 = m_2$$



$$\therefore \tan \theta = \tan(\theta_2 - \theta_1)$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{\tan \theta_2 - \tan \theta_1}{1 + \tan \theta_2 \cdot \tan \theta_1}$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 \cdot m_1}$$

$$\Rightarrow m_2 - m_1 = \frac{\pm 2\sqrt{h^2 - ab}}{b}$$

$$\Rightarrow m_1 \cdot m_2 = \frac{h^2 - (h^2 - ab)}{b^2} = \frac{a}{b}$$

$a \Rightarrow x^2$ معامل
 $b \Rightarrow y^2$ معامل
 $h \Rightarrow xy$ معامل

$$\Rightarrow m_1 + m_2 = \frac{-2h}{b}$$

$$\phi = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} = \frac{\theta_2 + \theta_1}{2}$$

$$\therefore 2\phi = \theta_1 + \theta_2$$

$$\therefore \tan 2\phi = \tan(\theta_1 + \theta_2) = \frac{\tan \theta_1 + \tan \theta_2}{1 - \tan \theta_1 \tan \theta_2} = \frac{m_1 + m_2}{1 - m_1 m_2}$$

$$\frac{2 \tan \phi}{1 - \tan^2 \phi} = \frac{2h}{a-b} \quad \neq$$

← معادلة منصف الزاوية بين الخطين:

$$\frac{2y}{x^2+y^2} = \frac{2h}{a-b}$$

معادلة منصف الزاوية =

$$\frac{y}{x^2+y^2} = \frac{h}{a-b}$$

$$\frac{xy}{x^2+y^2} = \frac{h}{a-b}$$

$$\tan \theta = 0 \quad \therefore h^2 = ab$$

شرط تطابق مستقيمتين =

$$\tan \theta = \frac{1}{0} \quad \therefore a+b=0$$

شرط تقاطع مستقيمتين =

$$3x^2 + 4xy - 5y^2 = 0$$

$$\begin{cases} a=3 \\ b=-5 \\ h=2 \end{cases}$$

$$\frac{y-m_1x}{y-m_2x} = \frac{h}{a-b} = \frac{2}{3-(-5)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$m_1, m_2 = \frac{-h \pm \sqrt{h^2 - ab}}{b}$$

$$m_1 = \frac{-2 + \sqrt{4 + 15}}{-5} = \frac{-2 + \sqrt{19}}{-5}$$

$$m_2 = \frac{-2 - \sqrt{4 + 15}}{-5} = \frac{-2 - \sqrt{19}}{-5}$$

$$\therefore y = m_1 x = \left[\frac{-2 + \sqrt{19}}{-5} \right] x$$

$$\therefore y = m_2 x = \left[\frac{-2 - \sqrt{19}}{-5} \right] x$$

$$h=2, b=-5, a=3$$

$$\tan \theta = \frac{\pm 2\sqrt{h^2-ab}}{a+b} = \frac{\pm 2\sqrt{4+15}}{3-5} = \frac{\pm \sqrt{19}}{2}$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{\pm \sqrt{19}}{2}\right)$$

$$\frac{xy}{x^2-y^2} = \frac{h}{a-b}$$

$$\therefore \frac{xy}{x^2-y^2} = \frac{2}{3+5} = \frac{1}{4} \quad \therefore 2x^2-2y^2 = 4xy$$

أوجد العلاقة بين a, b, h حتى يكون بين الخط الأول
ثلاثة، أي أن الخط الثاني

$$ax^2+by^2+2hxy=0$$

$$m_1=m, m_2=3m \quad (m_2=3m_1)$$

$$m_1 \cdot m_2 = \frac{a}{b} = 3m^2 \quad m_2+m_1 = \frac{-2h}{b} = -4m$$

$$\therefore 2m = \frac{-h}{b} \quad \therefore m = \frac{-h}{2b}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = 3 \left(\frac{-h}{2b} \right)^2 = \frac{3h^2}{4b^2}$$

$$\therefore 4ab = 3h^2$$

Shahman



كلية العلوم
FACULTY OF SCIENCE

Leader Scientists علمى رياضة



اللهم انفعني بما علمتني، وعلمني ما ينفعني، وزدني علماً، و
اللهم اجعل هذا العمل صدقة جارية، واجعل العلم الذي أنشره
ينتفع به، وارفع به درجاتي



Lecture : lec 3 : Analytic

~~~~~ Geometry ~~~~~

By :

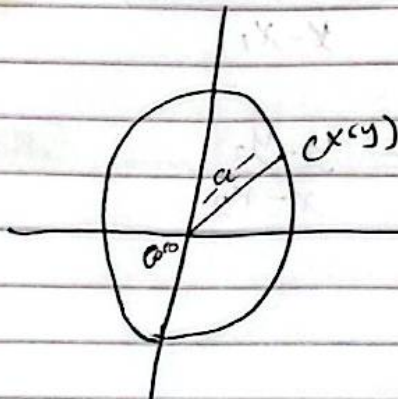
A'laa Muhammad

~~~~~

⊕ Shouman ⊕

lec3
15-3-2026

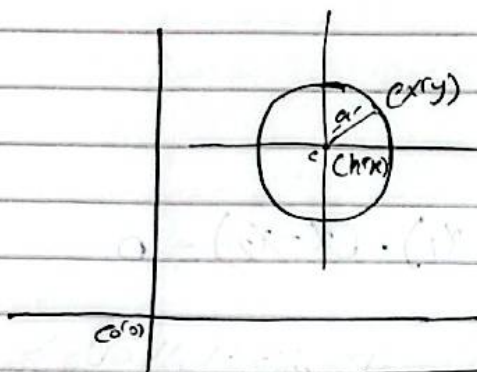
نقطة تتحرك بحيث أن نقطة ثابتة «المركز» مساوي مقدار ثابت «نصف القطر»



$$\therefore a = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\therefore a^2 = x^2 + y^2$$

معادلة دائرة مركزها نقطة الأصل ونصف قطرها a



$$\therefore a = \sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2}$$

$$\therefore a^2 = (x-h)^2 + (y-k)^2$$

معادلة دائرة مركزها (h,k) ونصف قطرها a

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2fx + 2gy + c = 0$$

لكي تمثل هذه المعادلة دائرة $\Leftarrow$ تتحقق شروط $h=0$ و $a=b$

$a=b$ $\Leftarrow$ معادلة x^2 و y^2 متساوية $\Leftarrow$

$$x^2 + y^2 + 2lx + 2ky + c = 0$$

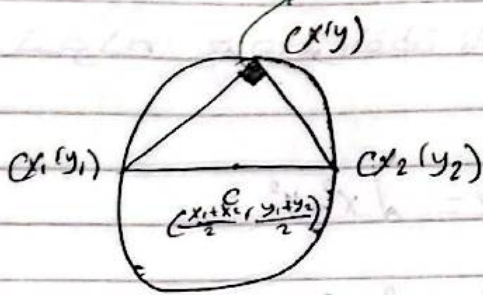
$$(x^2 + 2lx + l^2) - l^2 + (y^2 + 2ky + k^2) - k^2 + c = 0$$

(الطريقة الجبرية)

معادلة دائرة مركزها $(-l, -k)$ ونصف قطرها a

$$a = \sqrt{l^2 + k^2 - c}$$

الزاوية المبرقعة نصف دائرة = 90°



$$m_1 = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

ميل المماس

$$m_2 = \frac{y - y_2}{x - x_2}$$

ميل المماس

مماسين

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} \cdot \frac{y - y_2}{x - x_2} = -1$$

$$(y - y_1) \cdot (y - y_2) + (x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$$

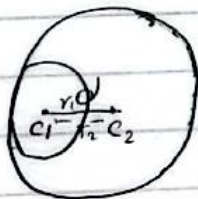
معادلة الدائرة عند مركز إحداثيات القطر

$$\left(\frac{-x}{2}, \frac{-y}{2} \right) = \text{إحداثيات المركز}$$

نجد من الأقواس

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

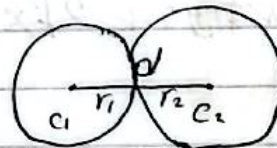
مماسات متاهضتان



$$d = |r_2 - r_1|$$

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

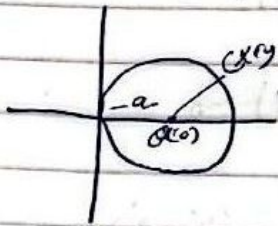
مماسات متاهضتان



$$d = r_1 + r_2$$

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Ex.1 اوجد معادلة الدائرة التي تقطع نقطة الأصل على محيطها ومركزها على محور السينات

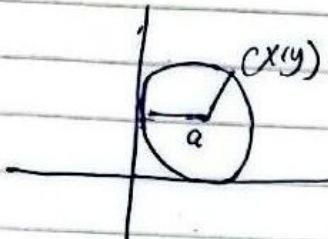


$$a^2 = (x-a)^2 + y^2$$

$$\therefore a^2 = x^2 - 2ax + a^2 + y^2$$

$$\therefore x^2 - 2ax + y^2 = 0 \quad \#$$

Ex.2 اوجد معادلة الدائرة التي لها نصف قطرها a وتساوي محور السينات



$$a^2 = (x-a)^2 + (y-a)^2$$

$$a^2 = x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - 2ay + a^2$$

$$\therefore x^2 - 2ax + y^2 + 2ay + a^2 = 0 \quad \#$$

Ex.3 اوجد معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط (0,5), (2,-4), (6,8) وحاصلها الدائرة المرسومة على المستقيم الواصل بين النقطتين (1,4), (14,1) تم اثبت ان الدائرتان متساويتان

$$x^2 + y^2 + 2lx + 2ky + c = 0$$

$$(0,5) \Rightarrow c = 0$$

$$(2,-4) \Rightarrow 2k - 2l = 5$$

$$(6,8) \Rightarrow 4k + 3l = -25$$

$$l = -7 \text{ و } k = -1$$

$$C_1(7,1) = (-1, -1)$$

معادلة الدائرة الاولى =

$$x^2 + y^2 + 14x + 2y = 0$$

الدائرة الثانية: $(x_1, y_1) = (6, -1)$ $(x_2, y_2) = (1, 4)$

$$(y - y_1) \cdot (y - y_2) + (x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$$

معادلة الدائرة
استاتي: $(y + 1) \cdot (y - 4) + (x - 6) \cdot (x - 1) = 0$

المركز: $C \left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2} \right) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$

المسافة بين المركزين: $d = \sqrt{\left(7 - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(-1 - \frac{3}{2}\right)^2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

نصف قطر الدائرة الأولى: $r_1 = \sqrt{(7 - 0)^2 + (-1 - 0)^2} = 5\sqrt{2}$

نصف قطر الدائرة الثانية: $r_2 = \sqrt{\left(\frac{7}{2} - 1\right)^2 + \left(\frac{3}{2} - 4\right)^2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

$$\therefore d = r_1 - r_2 = 5\sqrt{2} - \frac{5\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

الدائرتان متماسكتان من الداخل

Ex. 4: $x^2 + y^2 + 10x - 8y + 16 = 0$ $l = 5$, $k = -4$, $C = 16$

المركز: $(-5, 4) = (-l, -k)$

نصف القطر: $r = \sqrt{l^2 + k^2 - C} = \sqrt{25 + 16 - 16} = 5$

الدائرة لها مركز عند $(-5, 4)$ ونصف قطرها 5

Ex 5 اوجد معادلة الدائرة التي تمس محور السينات عند (6,0) وتقطع في السينات نقطتين هما 6 و 6

$$x^2 + y^2 + 2lx + 2ky + c = 0$$

عند (6,0)

$$y^2 + 2ky + c = (y-4)^2 = y^2 - 8y + 16$$

$$\therefore 2k = -8$$

$$k = -4 \quad c = 16$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2lx - 8y + 16 = 0$$

$$\Rightarrow x_2 - x_1 = 6 \quad \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \end{matrix} \leftarrow x^2 + 2lx + c = 0 \Rightarrow x^2 + 2lx + 16 = 0$$

الدائرة تقطع السينات في نقطتين

$$\therefore x = \frac{-2l \pm \sqrt{4l^2 - 4 \times 16}}{2} = -l \pm \sqrt{l^2 - 16}$$

$$x_1 = -l + \sqrt{l^2 - 16} \quad x_2 = -l - \sqrt{l^2 - 16}$$

$$x_2 - x_1 = -l - \sqrt{l^2 - 16} - (-l + \sqrt{l^2 - 16}) = 6$$

$$\therefore 6 = -2\sqrt{l^2 - 16} \quad \therefore \sqrt{l^2 - 16} = -3$$

$$l^2 - 16 = 9 \quad \therefore l^2 = 25 \quad l = \pm 5$$

$$x^2 + y^2 \pm 10x - 8y + 16 = 0$$

معادلة الدائرة

Task

← أوجد معادلة الدائرة التي تمر بـ (2, -9) ،
(19, 8) ، (20, 3)



كلية العلوم
FACULTY OF SCIENCE

Leader Scientists علمى رياضة



اللهم انفعني بما علمتني، وعلمني ما ينفعني، وزدني علماً، و
اللهم اجعل هذا العمل صدقة جارية، واجعل العلم الذي أنشره
ينتفع به، وارفع به درجاتي



Lecture : lec 4 : Analytic
Geometry

By : A'laa Muhammad
Shouman



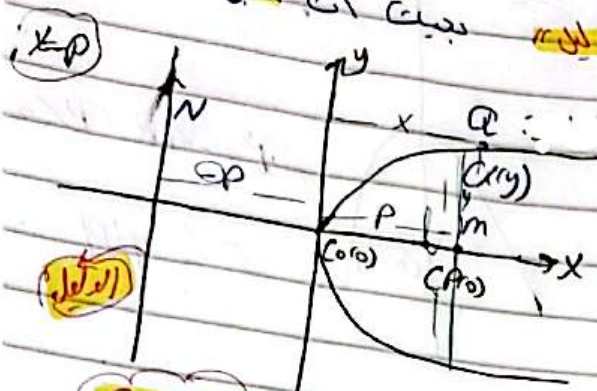
12-4-2026

هندسة تطبيقية

دكتور فاد صيريل

القطع المكافئ

المحل الهندسي لنقطة تتحرك بحيث يكون بعدها عن نقطة ثابتة «البؤرة» يساوي بعدها عن مستقيم ثابت «الدليل» بحيث ان البؤرة تقع على الدليل



∴ البعد عن البؤرة = البعد عن الدليل

$$[1] \leftarrow QM = QN$$

$$[2] \leftarrow QM = \sqrt{(x-p)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(x-p)^2 + y^2}$$

$$[3] \leftarrow QN = \sqrt{(x+p)^2}$$

$Q = (x, y)$
 $M = (p, 0)$
 $N = (-p, y)$

$$\sqrt{(x+p)^2} = \sqrt{y^2 + (x-p)^2}$$

$$(x+p)^2 = y^2 + (x-p)^2$$

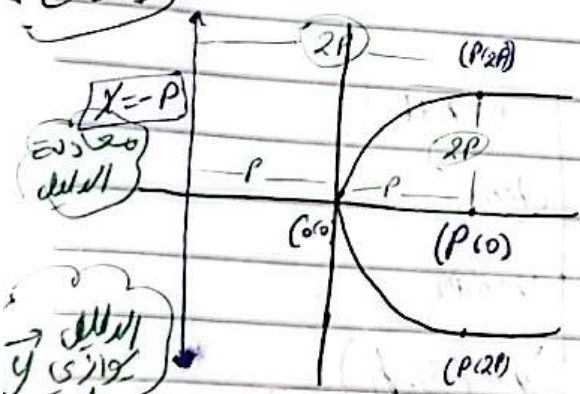
$$x^2 + 2px + p^2 = y^2 + x^2 - 2px + p^2$$

$$\therefore y^2 = 4px$$

معادلة القطع المكافئ البارامتري
و دلائله يوازى المعادلات

الطول البؤري l
المسافة المحورية بين
النقطتين أعلى وأسفل
البؤرة $l = 4p$

Case 1

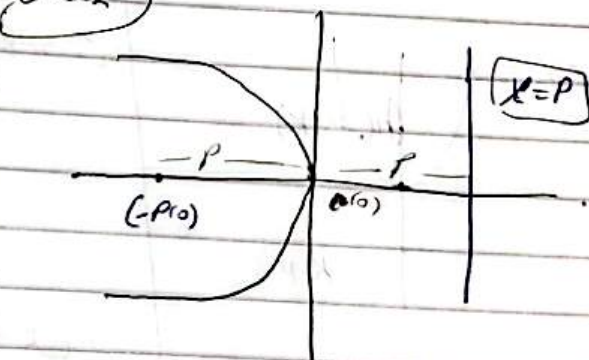


الدليل
يوازى y

$$y^2 = 4px, p > 0$$

$$l = 4p$$

Case 2



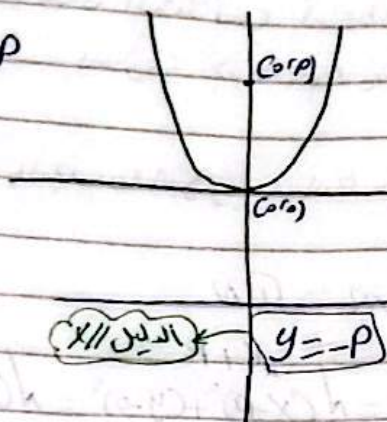
$$p < 0$$

$$y^2 = -px$$

$$l = 4/|p|$$

Case 3 $\Rightarrow x^2 = 4py$ ($p > 0$)

$\Rightarrow l = 4p$

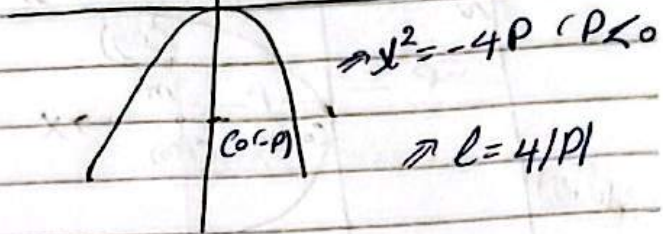


الخيار الثاني

$y = -p$

Case 4

$y = -p$

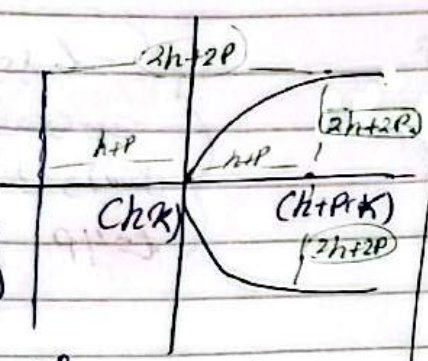


$\Rightarrow x^2 = -4p$ ($p < 0$)

$\Rightarrow l = 4/p$

Case 5

$x = h-p$

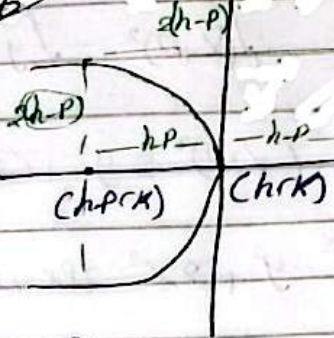


$\Rightarrow (y-k)^2 = 4p(x-h)$

$\Rightarrow l = 4(h+p)$

Case 6

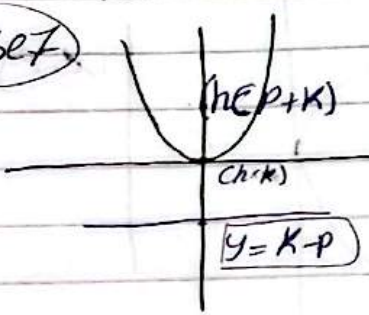
$x = p+h$



$\Rightarrow (y-k)^2 = -4(x-h)$

$\Rightarrow l = 4(h-p)$

Case 7

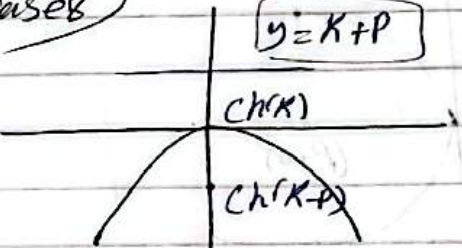


$\Rightarrow (x-h)^2 = 4p(y-k)$

$\Rightarrow l = 4(p+k)$

Case 8

$y = k+p$



$\Rightarrow (x-h)^2 = -4p(y-k)$

$\Rightarrow l = 4/(k-p)$

* ملخص قاعدة عامة مركز القطع (h, k) مع مراعاة إشارة P في x و y

$$(x-h)^2 = 4P(y-k)$$

معادلة القطع

$$y = k - P$$

معادلة الدليل

الدليل $\parallel x$

$$(y-k)^2 = 4P(x-h)$$

معادلة القطع

$$x = h - P$$

معادلة الدليل

الدليل $\parallel y$

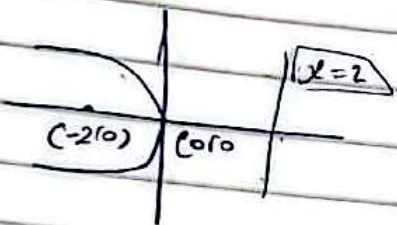
$$y^2 = -8x$$

أوجد البؤرة والدليل للقطع المكافئ

مثال 1

$$4P = -8$$

$$P = -2$$



$$x = -P$$

$$\therefore x = 2$$

معادلة الدليل

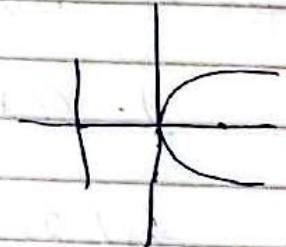
المركز (0,0)

2 أوجد معادلة القطع المكافئ الذي محور y ورأسه نقطة الأصل $(0,0)$ وير (5,2) $P > 0$

$$\therefore x^2 = 4Py$$

$$(5,2) \Rightarrow 25 = 4P \times 2$$

$$P = \frac{25}{8}$$



$$\therefore x^2 = \frac{25}{2}y$$

$$y^2 = 4Px$$

$$4 = 4P \times 2.5$$

$$\therefore P = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow y^2 = \frac{4}{5}x$$

08

3 ارسم القطع $(y-3)^2 = 8(x+4)$

$4P=8$
 $\therefore P=2$

مركز القطع $(h, k) = (-4, 3)$

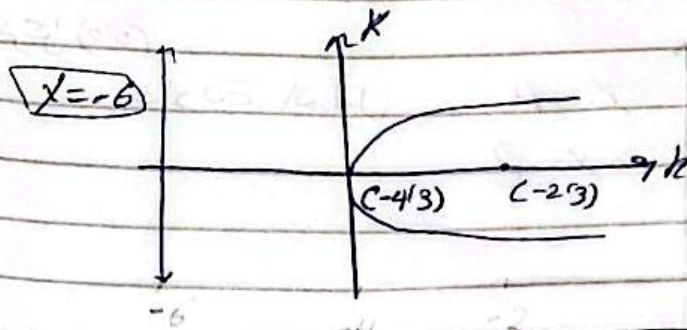
محور القطع $\vec{x}$

الدليل يوازي $\vec{y}$

معادلة الدليل
 $x = h - P = -4 - 2 = -6$

اصنافي البؤرة
 $(h+P, k)$
 $(-2, 3)$

$l = 4 |h+P| = 4 \times 2 = 8$



4 ارسم القطع المكافئ

$y = 6x^2 - 12x + 8$

وعين رأس القطع والمعمود الدليل وطول الوتر البؤري

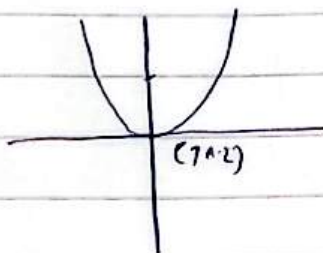
$y = 6(x^2 - 2x) + 8 = 6[(x-1)^2 - 1] + 8 = 6(x-1)^2 + 2$

$\frac{1}{6}(y-2) = (x-1)^2$

$\therefore (h, k) = (1, 2)$

$4P = \frac{1}{6}$

$P = \frac{1}{24}$



الدليل $\parallel \vec{x}$
معادلة الدليل
 $y = k - P = 2 - \frac{1}{24} = \frac{47}{24}$

معادلة محور $x = 1$

$l = 4 |k - P| = 4 \times \frac{47}{24} = \frac{47}{6}$

5 اوجد معادلة القطع الذي محور تنازلي $\vec{y}$ ويمر بـ (3,0) و (2,0) و (3,2)

$$y = dx^2 + \beta x + C$$

$$C(0,3) \Rightarrow 3 = C$$

$$C(2,0) \Rightarrow 0 = 4d + 2\beta + 3$$

$$C(3,2) \Rightarrow 2 = 9d + 3\beta + 3 \Rightarrow -1 = 9d + 3\beta$$

$$\begin{cases} (2 \times) 9d + 3\beta = -1 \\ (3 \times) 4d + 2\beta = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 18d + 3\beta = -2 \\ -12d - 6\beta = 9 \end{cases}$$

$$\therefore 6d = -7 \quad \therefore d = -\frac{7}{6} \quad \beta = \frac{-23}{6}$$

$$3\beta + 9d = -1 \quad \text{or} \quad 3(-\frac{23}{6}) + 9(-\frac{7}{6}) = -1 \quad \text{or} \quad -\frac{23}{2} - \frac{49}{2} = -1 \quad \text{or} \quad -\frac{72}{2} = -1 \quad \text{or} \quad -36 = -1$$

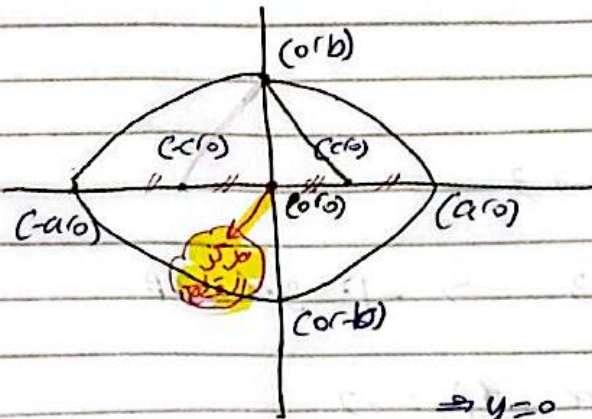
$$y = -\frac{7}{6}x^2 - \frac{23}{6}x + 3$$

Star
Shouman

القطع الناقص

المحل الهندسي لنقطة تتحرك في المستوى بحيث يكون مجموع بعدها عن نقطتين ثابتتين **النقطتين** مقدار ثابت **$c < a$**

Case 1



a نصف المحور الأكبر
 b نصف المحور الأصغر

$a > b$

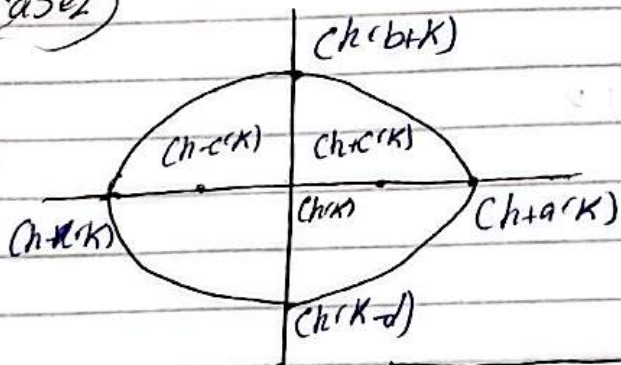
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\Rightarrow y=0 \quad \therefore x^2=a^2 \quad \therefore x=\pm a$$

$$\Rightarrow x=0 \quad \therefore y^2=b^2 \quad \therefore y=\pm b$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

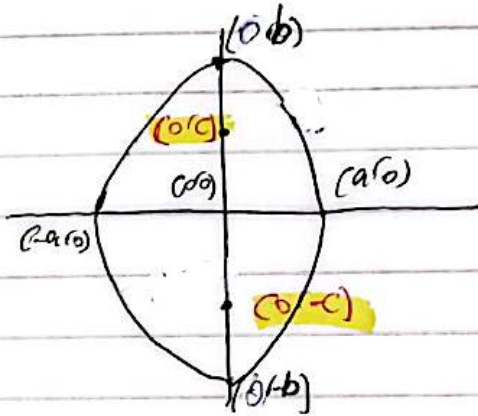
Case 2



مركز القطع (h, k)

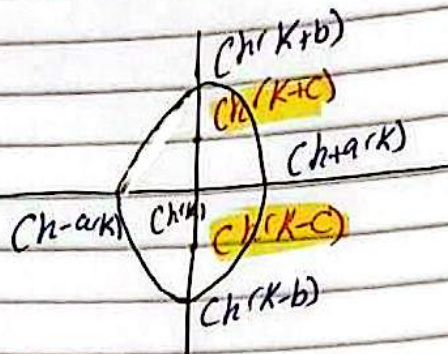
$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \quad (a > b)$$

Case 3



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (b > a)$$

Case 4



$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

$b > a$

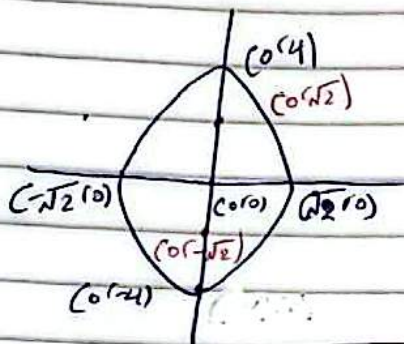
مثال 1 ارسم القطع الناقص $2x^2 + y^2 = 4$ ← المركز (0,0)

$$\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} = 1$$

(2) (4) $\rightarrow b^2$
(a) (b)

$$\Rightarrow b > a \Rightarrow \sqrt{2} > \sqrt{2}$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{2 - 4} = \sqrt{2}$$



مثال 2 ارسم القطع الناقص الذي له بؤرتين (0, ±2)

ومعوره الأكبر (0, ±4)

$$c = 2$$

$b > a$

$$b = 4$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$c^2 = b^2 - a^2$$

$$4 = 16 - a^2$$

$$a^2 = 12 \neq$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{16} = 1 \quad \text{X}$$

ib/ace
Shamran



كلية العلوم
FACULTY OF SCIENCE

Leader Scientists علمى رياضة



اللهم انفعني بما علمتني، وعلمني ما ينفعني، وزدني علماً، و
"اللهم اجعل هذا العمل صدقة جارية، واجعل العلم الذي أنشره
ينتفع به، وارفع به درجاتي



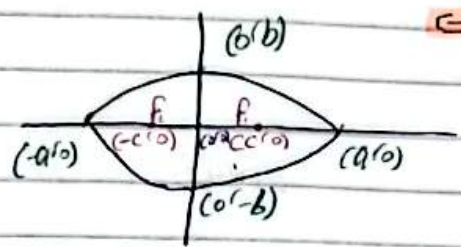
Lecture : lec5 : Analytic Geometry

By : A'laa Muhammad
Shouman



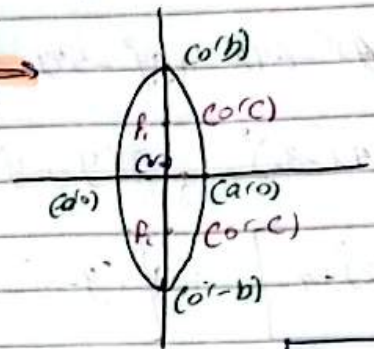
القطع ناقص

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

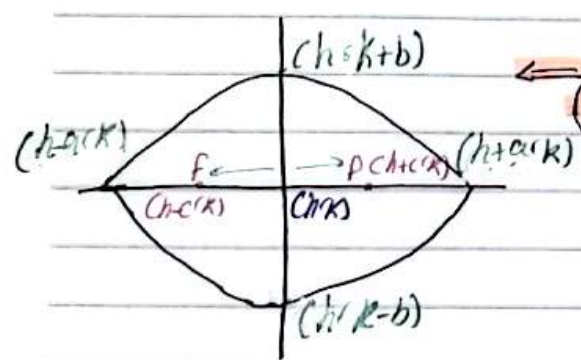
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



$$c = \sqrt{b^2 - a^2}$$

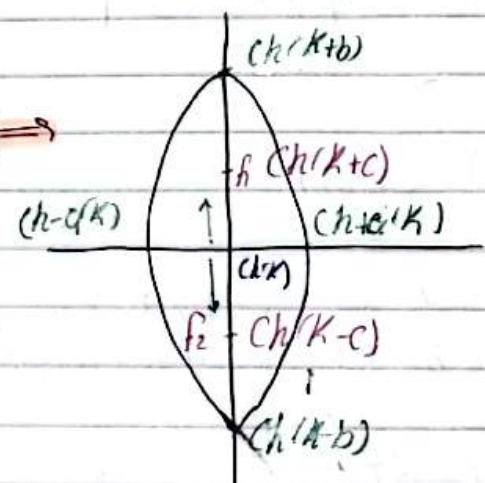
مركز نقطة
الامتداد

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$



$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$



$$c = \sqrt{b^2 - a^2}$$

مركز
Ch(k)

Alora
Shahin

△ ارسم القطع =

واوجد الدائيات البؤرية

$$16x^2 + 9y^2 - 64x - 54y + 1 = 0$$

$$x^2 - 64x + 9y^2 - 54y + 1 = 0$$

$$16(x^2 - 4x) + 9(y^2 - 6y) + 1 = 0$$

$$16[(x-2)^2 - 4] + 9[(y-3)^2 - 9] + 1 = 0$$

$$16(x-2)^2 - 64 + 9(y-3)^2 - 81 + 1 = 0$$

$$\div 144 \quad 16(x-2)^2 + 9(y-3)^2 = 144$$

$$\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{16} = 1$$

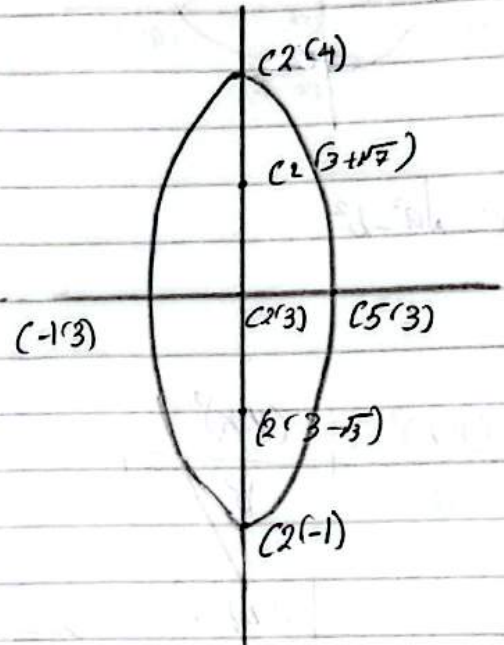
$$\therefore Ch(K) = (2, 3)$$

$$\begin{aligned} \therefore a^2 &= 9 & \therefore a &= \pm 3 \\ \therefore b^2 &= 16 & \therefore b &= \pm 4 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} b > a \\ \therefore \text{المحور بؤري } y \end{array}$$

$$\therefore c = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7}$$

$$\therefore f = Ch(K \pm c)$$

$$= (2, 3 \pm \sqrt{7})$$



2) اوجد معادلة القطع الناقص مركزه $(2, -3)$ احد بؤرتيه $(2, 3)$
 $(h, k) = (2, -3)$ و $(x-h)^2/a^2 + (y-k)^2/b^2 = 1$

$$f = (h, k \pm c)$$

$$b > c$$

محوره y

$$f_1 = (2, 3) = (h, k + c)$$

+

$$\therefore 3 = -3 + c$$

$$c = 6$$

$$c = \sqrt{b^2 - a^2}$$

$$c^2 = b^2 - a^2$$

$$\Rightarrow (h, k + b) = (2, 8)$$

+

$$36 = 121 - a^2$$

$$\therefore -8 + b = 8$$

$$b = 11$$

$$b^2 = 121$$

$$a^2 = 85$$

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

المركز $(2, -3)$

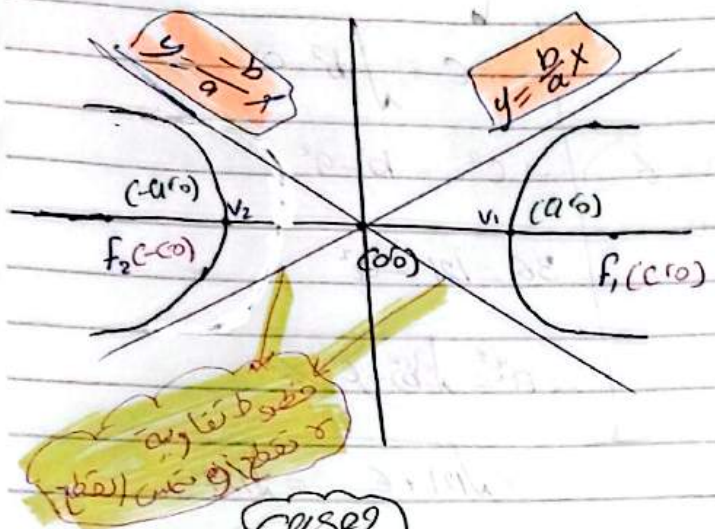
$$\frac{(x-2)^2}{85} + \frac{(y+3)^2}{121} = 1$$

Alay shawab

القسط الزائد

المطلوب الهندسي لنقطة تتكون بحيث يكون الفرق بين بعدها عن نقطتين ثابتتين (البؤرتين) مقدار ثابت (2a)

case1

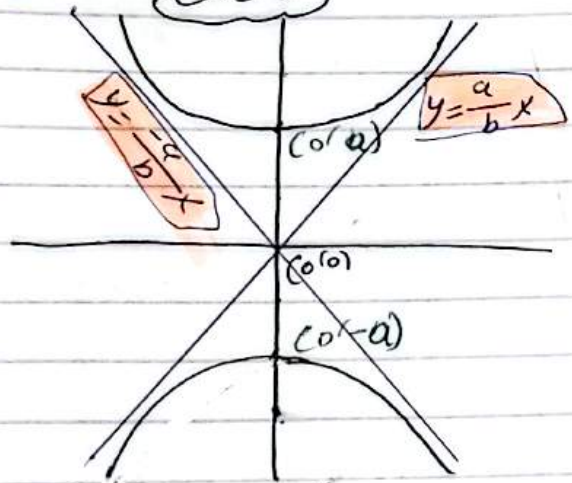


$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

محاور القسط ينطبق على $\vec{x}$

case2



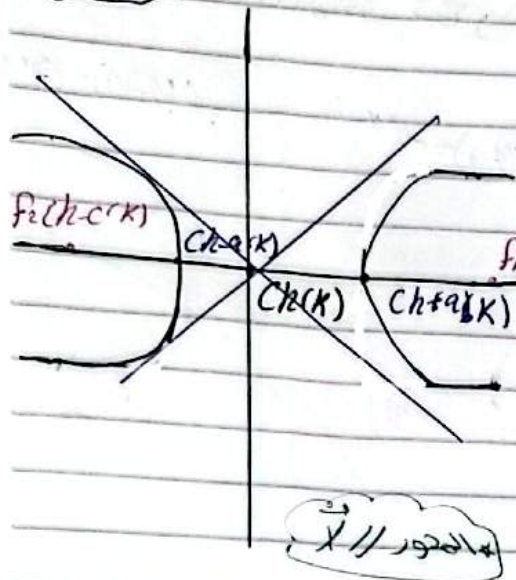
$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

محاور القسط ينطبق على $\vec{y}$

Case 3

المركز (h, k)



معادلة القطر ← $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

$c = \sqrt{a^2 - b^2}$

$(y-k) = \pm \frac{b}{a} (x-h)$

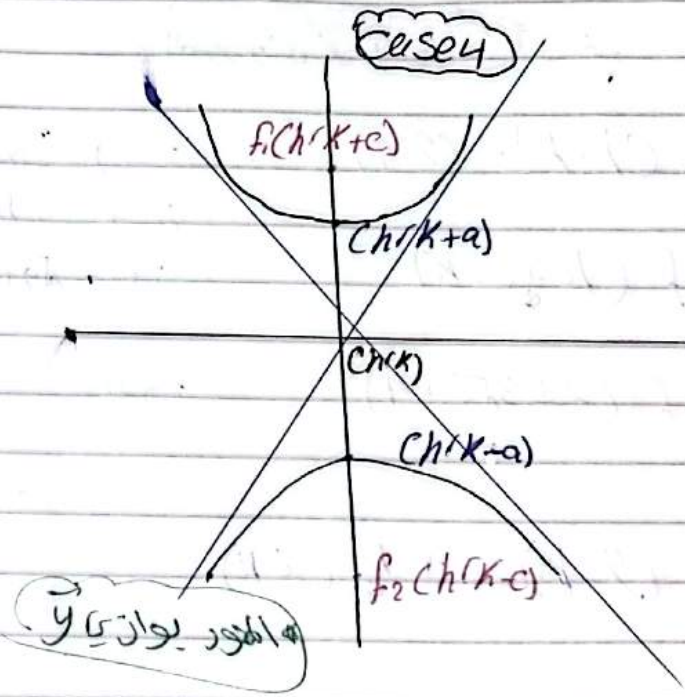
معادلتا الخطين المتقاربتين

$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$

$c = \sqrt{a^2 + b^2}$

$(y-k) = \pm \frac{a}{b} (x-h)$

Case 4



أثبت أن المنحنى قطع زائد و أوجد البؤرتان والخطوط المتقاربة والاسم

$$x^2 - y^2 - 4x + 8y - 21 = 0$$

$$x^2 - 4x - y^2 + 8y - 21 = 0$$

$$(x-2)^2 - 4 - [(y-4)^2 - 16] - 21 = 0$$

$$\therefore (x-2)^2 - (y-4)^2 = 9$$

$$\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y-4)^2}{9} = 1$$

(a²) (b²)

قطع زائد المحاور بؤرية

$$c(h,k) = (2,4)$$

$$\therefore a^2 = 9 \quad \therefore a = \pm 3$$

$$\therefore b^2 = 9 \quad \therefore b = \pm 3$$

$$f = (h \pm c, k)$$

$$\therefore c = \sqrt{9+9} = \pm 3\sqrt{2}$$

$$\therefore f = (2 \pm 3\sqrt{2}, 4)$$

البؤرتان

$$\Rightarrow v = (h + a, k) = (5, 4)$$

$$\text{الرأس} \quad \& \quad (-1, 4)$$

$$(y-k) = \pm \frac{b}{a} (x-h)$$

$$\therefore (y-4) = \pm (x-2)$$

معادلة الخطوط المتقاربة

Done
Analytic
Geometry
Jafar
Shamir

