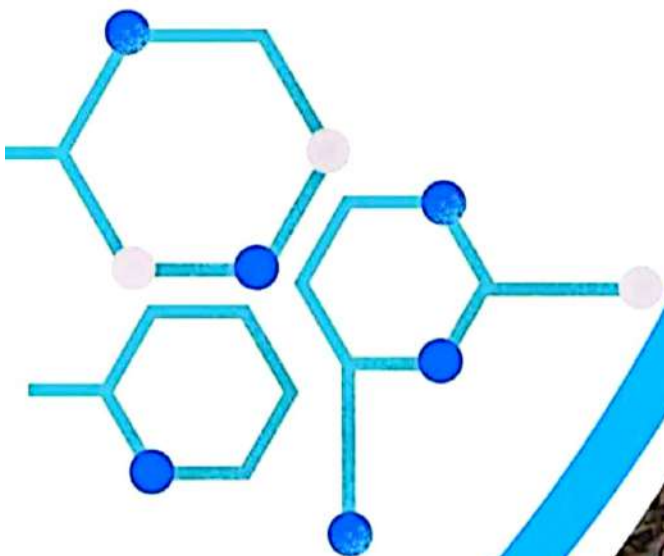




ملخص CH_1 جبر: Lecture

By: Sarah Samir Thabit

اللَّهُمَّ انْفَعْنِي
بِمَا عَلَّمْتَنِي
وَعَلَّمَنِي مَا
يَنْفَعُنِي وَزِدْنِي
عِلْمًا



All PDF Reader

Ch 11

$$Z = x + iy, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

ربع اول (+, +)	ربع ثان (+, -)
$\tan^{-1} \frac{y}{x}$	$\pi - \tan^{-1} \frac{y}{x}$
ربع ثالث (-, -)	ربع رابع (-, +)
$\pi + \tan^{-1} \frac{y}{x}$	$2\pi - \tan^{-1} \frac{y}{x}$

$$\bar{Z} = \frac{1}{Z} = x - iy$$

$$Z_1 Z_2 \Rightarrow r = |Z_1| |Z_2|, \quad \theta = \theta_1 + \theta_2$$

$$\frac{Z_1}{Z_2} \Rightarrow r = \frac{|Z_1|}{|Z_2|}, \quad \theta = \theta_1 - \theta_2$$

$$Z = r [\cos \theta + i \sin \theta]$$

$$Z = r e^{i\theta}$$

الصورة القطبية
صورة أويلر

$$Z = i \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$Z = -i \Rightarrow \theta = 270^\circ = \frac{3\pi}{2}$$

$$Z = 1 \Rightarrow \theta = 0$$

$$Z = -1 \Rightarrow \theta = \pi$$

$$[\cos \theta + i \sin \theta]^n = [\cos n\theta + i \sin n\theta]$$

معادلة دي موافر: $[\cos \theta + i \sin \theta]^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$

$$Z + \frac{1}{Z} = 2 \cos \theta$$

$$Z - \frac{1}{Z} = 2i \sin \theta$$

$$Z^n + \frac{1}{Z^n} = 2 \cos n\theta$$

$$Z^n - \frac{1}{Z^n} = 2i \sin n\theta$$

$$[2 \cos \theta]^n = [Z + \frac{1}{Z}]^n$$

$$[2i \sin \theta]^n = [Z - \frac{1}{Z}]^n$$

لوعاين $\cos$

$\sin$ / /

هتغل بذا الصيغ وبتد من الآخر مقلع
 $\cos^n \theta$ أو $\sin^n \theta$ كادي

نظرية دي موافر: $[\cos \theta + i \sin \theta]^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$

② لإيجاد مقلوب z ، r ، θ نأخذ $\cos \theta + i \sin \theta = [\cos \theta + i \sin \theta]^n$ أول صيغة

↓ نقله نقره ذات الصين ونساوي الحقيقه الحقيقه

والخيل بالتحليل ونجيب $\tan$

③ جذور اعداد المركبة $z^{\frac{1}{n}} = [r(\cos \theta + i \sin \theta)]^{\frac{1}{n}}$
 $z = r^{\frac{1}{n}} [\cos \frac{\theta + 2\pi k}{n} + i \sin \frac{\theta + 2\pi k}{n}]$
 اقولنا $k=0, 1, 2, \dots$

مثال على تطبيق ② عبر $\cos^4 \theta$ بدلالة السبب المتلته لاحتفاء الزاوية θ

$$z + \frac{1}{z} = 2 \cos \theta$$

$$[2 \cos \theta]^4 = [z + \frac{1}{z}]^4$$

$$\therefore 16 \cos^4 \theta = z^4 + 4z^2 + 6 + 4\frac{1}{z^2} + \frac{1}{z^4}$$

فكنا تقريه

$$\therefore 16 \cos^4 \theta = [z^4 + \frac{1}{z^4}] + [4z^2 + \frac{4}{z^2}] + 6$$

$$16 \cos^4 \theta = 2 \cos 4\theta + 8 \cos 2\theta + 6$$

$$\therefore \cos^4 \theta = \frac{1}{8} (\cos 4\theta + 4 \cos 2\theta + 3)$$

مثال على تطبيق ② اوجد مقلوب $\cos 4\theta$ ، $\sin 4\theta$ ، $\tan 4\theta$ بدلالة $\cos \theta$ ، $\sin \theta$ ، $\tan \theta$

$$\cos^4 \theta + i \sin^4 \theta = [\cos \theta + i \sin \theta]^4$$

$$\cos^4 \theta + i \sin^4 \theta = \cos^4 \theta + 4i \cos^3 \theta \sin \theta - 6 \cos^2 \theta \sin^2 \theta - 4i \sin^3 \theta \cos \theta + \sin^4 \theta$$

$$\therefore \cos 4\theta + i \sin 4\theta = [\cos^4 \theta - 6 \cos^2 \theta \sin^2 \theta + \sin^4 \theta] + i [4 \cos^3 \theta \sin \theta - 4 \sin^3 \theta \cos \theta]$$

$$\therefore \cos 4\theta = \cos^4 \theta - 6 \cos^2 \theta \sin^2 \theta + \sin^4 \theta$$

$$\therefore \sin 4\theta = 4 \cos^3 \theta \sin \theta - 4 \cos \theta \sin^3 \theta$$

$$\therefore \tan 4\theta = \frac{\sin 4\theta}{\cos 4\theta} = \frac{4 \cos^3 \theta \sin \theta - 4 \cos \theta \sin^3 \theta}{\cos^4 \theta - 6 \cos^2 \theta \sin^2 \theta + \sin^4 \theta}$$

مثال على تطبيق ③ اوجد الجذر الكيكيه لـ $8i$ $z^3 = 8i$ $\therefore z = 8^{\frac{1}{3}} i^{\frac{1}{3}}$

$$\therefore z = 2 [\cos (\frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi k}{3}) + i \sin (\frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi k}{3})]$$

$$i \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$k=0 \Rightarrow z = 2 [\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}]$$

$$k=1 \Rightarrow z = 2 [\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6}]$$

$$k=2 \Rightarrow z = 2 [\cos \frac{9\pi}{6} + i \sin \frac{9\pi}{6}]$$



Lecture: ملخص C_{12} جبر

By: Sarah Samir Thabit

اللَّهُمَّ انْفَعْنِي
بِمَا عَلَّمْتَنِي
وَعَلَّمَنِي مَا
يَنْفَعُنِي وَزِدْنِي
عِلْمًا



All PDF Reader

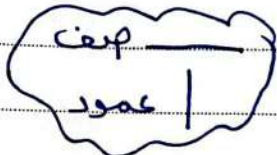
$$A \times B = C$$

$$L \times n = n \times d \quad L \times d$$

جزء المصفوفات

$$A_{2 \times 3} \times B_{3 \times 4} = C_{2 \times 4}$$

شرح الجزء :- (A) عدد أعمدة المصفوفة الأولى = عدد صفوف المصفوفة الثانية (B) والنتيجة من الجزء (C) هو عدد صفوف المصفوفة الأولى $\times$ عدد أعمدة المصفوفة الثانية



كيفية الجزء :- صف $\times$ عمود = عنصر

A

عدد الأعمدة $\rightarrow L \times n \leftarrow$ عدد الصفوف

مكوس المصفوفة A^{-1} على النظم 3×3

- 1- المحدد = صف ليس له مكوس وحكمه صفواني خلاص
المحدد $\neq$ صف ليس له مكوس وحكمه صفواني
- 2- نكتب مدور المصفوفة A^{-1} (نحسب المصفوفة أعده والأعمدة صفواني)
- 3- نعين مصفوفة المرافقات (F) صفواني؟
باعد (A^{-1}) مدور المصفوفة وأخطاب سارات

$$\begin{bmatrix} (+) & (-) & (+) \\ (-) & (+) & (-) \\ (+) & (-) & (+) \end{bmatrix}$$

وبعدية أخطابهم (الإشارات) على عناصر
مدور المصفوفة وكل عنصر
وآخذ المحدد للعنا من الأربعة الباقيين

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} F$$

نكتب A^{-1} المكوس =
المصفوفة المرافقات (F) = المحدد ($|A|$)

مكوس المصفوفة A^{-1} على النظم 2×2 نكتب صفواني المحدد

نكتب صفواني F مصفوفة المرافقات صفواني؟

$$A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \Rightarrow F = \begin{vmatrix} d & -b \\ -c & a \end{vmatrix}$$

نبدل عنا من القطر الرئيس ونغير إشارات العناصر جزئي

$$\frac{1}{\Delta} F = A^{-1}$$

نكتب A^{-1} المكوس =
المصفوفة المرافقات (F) = المحدد (Δ)



Lecture: ملخص $C\%3$ جبر

By: Sarah Samir Thabit

اللَّهُمَّ انْفَعْنِي
بِمَا عَلَّمْتَنِي
وَعَلَّمْنِي مَا
يَنْفَعُنِي وَزِدْنِي
عِلْمًا



All PDF Reader

ch₃ صبر

الحجج استنتاج الرياضيات

1) نعرفها صحيحة عند $n=1$

2) نعرفها صحيحة عند $n=k$

3) نحاول إثبات أنها صحيحة عند $n=k+1$

خلاصة الموهبة

عائز أوصل للشكل 3 عند طريقة 2) يجب أن يكون؟

هستوفنا إلى زاوية 3) وأضيفه لـ 2) في الطرفين وبعدئذ

أثبت أنه 3) طاعت في الآخر رأى 3)

Example
رابع ك

$$1+2+3+\dots+n^2 = \frac{n}{6}(n+1)(2n+1)$$

1) العلامة صحيحة عند $n=1$

$$n=1 \Rightarrow \begin{cases} L.H.S = 1 \\ R.H.S = \frac{1}{6}(1+1)(2 \times 1 + 1) = 1 \end{cases}$$

2) $n=k \Rightarrow 1+2+3+\dots+k^2 = \frac{k}{6}(k+1)(2k+1)$

3) $n=k+1 \Rightarrow 1+2+3+\dots+(k+1)^2 = \frac{k+1}{6}(k+2)(2k+3)$

يجب أن يكون هو الزائد في 3)

هنا نضيف $(k+1)^2$ في الطرفين عند 2)

$$1+2+3+\dots+k^2 + (k+1)^2 = \frac{k}{6}(k+1)(2k+1) + (k+1)^2 =$$

هنا نأخذ المقام 6

$$(k+1) \left(\frac{k}{6}(2k+1) + (k+1) \right) = (k+1) \left(\frac{2k^2+k}{6} + k+1 \right) =$$

هنا نأخذ المقام 6

$$(k+1) \left(\frac{2k^2+k+6k+6}{6} \right) = \frac{k+1}{6} (2k^2+7k+6) =$$

$$\frac{k+1}{6} (k+2)(2k+3)$$

Binomial theory

نظرية ذات الحدين

$$(x+y)^n = C_0^n x^n y^0 + C_1^n x^{n-1} y^1 + \dots + C_n^n y^n x^0$$

$$T_r = C_{r-1}^n x^{n-(r-1)} y^{r-1} \quad \text{القانون}$$

Ex. 1 = $(x-2y)^6$ أوجد الحد الرابع

$$T_4 = C_3^6 x^3 y^3 = \dots$$

(*) الحد الأوسط :-

$\frac{n}{2} + 1 \rightarrow$ حد واحد $\rightarrow$ زوجية n

$\frac{n+1}{2}$ و $\frac{n+3}{2} \rightarrow$ حدين أوطين $\rightarrow$ فردية n

Notes (*)

(1) عدد الحدود يزيد عن أس القوس بمقدار 1 $\rightarrow n+1$

(2) مجموع الأسس لكل حد = أس القوس $[n]$

(3) معاملات الحدود تأتي باستخدام التوافقية

بدالة من $C_0^n \leftarrow C_n^n$

$$(x+y)^n$$

السياتين حيتا متاكيت $\rightarrow \frac{T_{r+1}}{T_r} = \frac{n-r+1}{r} \left(\frac{y}{x} \right)$

السياتين حيتا متاكيت $\rightarrow \frac{\text{Coefficient } T_{r+1}}{\text{Coefficient } T_r} = \frac{n-r+1}{r}$

Ex 2:- $\left(2x - \frac{3}{x} \right)^{11}$

Find $\frac{T_3}{T_2} = \frac{11-2+1}{2} \left(\frac{-3}{2x} \right) = \frac{5-3}{2x^2} = \frac{-15}{2x^2}$

Find $\frac{T_7}{T_6} = \frac{T_7}{T_6} \cdot \frac{T_6}{T_5} = \left(\frac{11-6+1}{6} \left(\frac{3x}{2} \right) \right) \cdot \left(\frac{11-5+1}{2} \left(\frac{-3}{x} \right) \right)$

$= \frac{-3}{2x^2} \cdot \left(\frac{7}{5} \cdot \frac{-3}{2x^2} \right) = \frac{-3}{2x^2} \cdot \frac{-21}{10x^2} =$

63
$10x^4$